Satzbegriff und Sprachgebrauch in Wittgensteins *Tractatus*

Abhandlung
zur Erlangung der Doktorwürde
der Philosophischen Fakultät der
Universität Zürich

vorgelegt von

Susanne Huber

Angenommen im Frühjahrssemester 2015
auf Antrag von
Prof. Dr. Hans-Johann Glock und Prof. Dr. Richard Heinrich

Zürich, 2019

Satzbegriff und Sprachgebrauch in Wittgensteins *Tractatus*

Susanne Huber

Dank

Forschung braucht ein anregendes akademisches Umfeld, wo sie gedeihen kann. Ein solches förderte am Philosophischen Seminar der Universität Zürich Hans-Johann Glock, mein Doktorvater. Er ermöglichte auch die Finanzierung meiner Arbeit. Für beides Danke ich ihm. Meinem Zweitbetreuer Richard Heinrich und Thomas Ricketts, bei dem ich in Pittsburgh für ein Jahr visiting scholar war, danke ich für den guten Austausch, für Hinweise und wertvolle Anregungen. Ihr Interesse an meiner Arbeit war mir eine wichtige Motivation. Auch von den Gesprächen mit Esther Ramharter habe ich viel profitiert. Ich danke ihr für ihre Unterstützung. Ein besonderer Dank geht an Adrian Frey für die vielen langen Gespräche über Wittgenstein und Carnap. Ohne seine fundierten Kenntnisse der Entwicklung der modernen Logik wäre meine Arbeit nicht möglich gewesen. Stefan Frey, Mirjam Huber, Anne-Katrin Schlegel und Christian Weibel haben Teile der Arbeit kommentiert, dafür danke ich ihnen herzlich. Eine besondere Inspiration waren und sind mir die Arbeiten von Cora Diamond.

Diese Dissertation wurde vom Forschungskredit der Universität Zürich und dem Schweizerischen Nationalfonds finanziert.

Inhalt

Einleitung

Zum *Tractatus*

Die *Logisch- philosophische Abhandlung* ist vor hundert Jahren während des Ersten Weltkrieges entstanden.[1] Ihr Autor, der aus Wien stammende Ludwig Wittgenstein, hatte vor dem Krieg ab 1911 in Cambridge bei Bertrand Russell studiert. Dieser galt als führender Logiker und die 1910 erschienenen *Principia Mathematica*, die Russel gemeinsam mit Alfred North Whitehead verfasste, stellten das Grundlagenwerk der mathematischen Logik dar.

Diese Konstellation ist nicht unwichtig, wenn es darum geht, eine Interpretation der logisch-philosophischen Abhandlung zu entwickeln. Diese ist, das darf man wohl sagen, ein rätselhaftes Buch geblieben. Den Text bilden durch Nummern strukturierte Abschnitte, die, oft nur einen Satz lang, vom Stil her eher aphoristisch anmuten, dem Anspruch nach ein Lehrwerk zu bilden scheinen, was aber vom Autor in Abrede gestellt wird (vgl. Wittgenstein

[1] Es sind einige Vorarbeiten zum *Tractatus* erhalten. Das erste Dokument stammt aus dem Jahr 1913, das Typoskript „Notes on Logic“. (Wittgenstein, 2000, Typoskript 201 und 202. Zur Entstehung, vgl. Potter, 2009.)

1914 diktierte Wittgenstein seine Gedanken G. E. Moore, der zu diesem Anlass eigens nach Norwegen gereist war, wo Wittgenstein zu dieser Zeit lebte, (Wittgenstein, 2000, Diktat 301). Wittgenstein wollte diesen Text als Dissertation zur Erlangung des Bachelor Abschlusses am Trinity College einreichen. Dies war nicht möglich, da er den Anforderungen der Studienordnung nicht genügte. (Wittgenstein weigerte sich, ein Vorwort zu schreiben, Quellennachweise anzugeben und seine eigenen Ideen von den Arbeiten anderer abzugrenzen.) Wittgenstein überwarf sich deswegen mit Moore, (vgl. Monk, 1990, S.118–122.).

Aus der Zeit des Krieges, an dem Wittgenstein als Freiwilliger teilnahm, sind drei Manuskriptbände mit philosophischen und persönlichen Aufzeichnungen erhalten. Hier finden sich bereits Formulierungen, die Wittgenstein teils wörtlich in den *Tractatus* übernommen hat (Wittgenstein, 1979 und 2000, MS 101–103).

Daneben ist auch ein Entwurf zum *Tractatus* enthalten, der unter dem Titel *Prototractatus* publiziert ist (Wittgenstein, 1971). Er enthält die sieben Sätze und den grössten Teil der Erläuterungen des *Tractatus*, allerdings gibt es einige Unterschiede in der Anordnung und Nummerierung der Erläuterungen. Vgl. dazu McGuinness & Schulte, 1989.

Schliesslich enthält auch der Briefwechsel mit Russell wichtiges Material (In McGuinness, 2008).

In meiner Arbeit diskutiere ich die Genese des *Tractatus* nicht. An gegebener Stelle greife ich aber einzelne Punkte auf, die mit für meine Darstellung wichtig erscheinen. (Zur Biographie Wittgensteins vgl. Monk, 1990 und McGuinness, 2005.)

1989, Vorwort). Die Sprache ist bald bildgewaltig, bald nüchtern, es finden sich Gleichnisse genauso wie formale Bestimmungen logischer und mathematischer Begriffe. Trotz dieser exzentrischen Mischung gab das Buch der mathematischen Logik wichtige Impulse. In meiner Dissertation stelle ich die *Abhandlung* als Beitrag zur damals sich entwickelnden mathematischen Logik dar und dem Bestreben die Arithmetik zu axiomatisieren. Ich zeige auf, wie Wittgenstein an die Arbeiten von Gottlob Frege und Russell anknüpft und wie er Probleme, die sich aus diesen Arbeiten ergeben, lösen will. Um meine Arbeit einzuordnen mache ich zuerst eine kurze Bemerkung zum Zeitpunkt, als Wittgenstein auf Russell trifft, nämlich nach dem Erscheinen der *Principia* und so aus einer historischen Perspektive plausibel machen, warum ich gerade den Satzbegriff ins Zentrum meiner Arbeit stelle. Anschliessend lege ich dar, wie ich meine Interpretation der *logisch-philosophischen Abhandlung* in der Fachliteratur verorte.

Die *Principia Mathematica* war für die Entwicklung formaler Sprachen richtungsweisend. In ihr schlägt Russell die Lösung eines gravierenden Problems vor, mit dem Logiker zu Beginn des 20. Jahrhunderts konfrontiert waren. Beim Aufbau der Mathematik aus der Logik waren nämlich Paradoxien aufgetreten: Sätze, deren Wahrheit ihre eigene Falschheit impliziert und umgekehrt. Paradoxien drohen immer dann aufzutreten, wenn Sätze selbstreferentiell sind. Sie treten insbesondere bei Aussagen über die Sprache auf. Ein Fall einer solchen Paradoxie ist der Satz „Epimenides Kreter sagt, alle Kreter lügen.“. Mit dem Satz wird eine Aussage über die Aussagen aller Kreter gemacht (nämlich, dass diese falsch sind) und zugleich ist der Satz selbst eine solche Aussage eines Kreters (vgl. *Principia* S. 60[2]).

Paradoxien sind für die Logik besonders unbequem. Sie beschäftigt sich mit der Gültigkeit logischer Argumente und handelt deshalb von Urteilen, von Aussagesätzen. Die Logik, so wie die Logizisten Russell und Frege sie verstanden, macht Aussagen über alle Sätze. Damit beziehen sich logische Sätze auf sich selbst. Es besteht deshalb die Gefahr, dass sich beim Aufbau einer logischen Theorie unbemerkt Paradoxien einschleichen und diese dann inkonsistent ist. Und das ist bekanntlich tatsächlich passiert. Frege, der in den *Grundgesetzen der Arithmetik* 1893 als erster versuchte, die Mathematik aus logischen Axiomen aufzubauen, hat dabei ein Axiom verwendet, aus dem sich paradoxe Formulierungen ableiten lassen. Russell bemerkte diese Paradoxien 1901. Er erkannte, dass seine eigenen Arbeiten damit widersprüchlich sind.

[2] Russell & Whitehead, 1925, im Folgenden auch PM.

In den *Principia Mathematica* präsentiert er neun Jahre später eine Lösung dieses Problems: die verzweigte Typentheorie.[3] Mit ihr wird eine Hierarchie in die Sprache eingeführt. Jeder Satz hat seinen Ort in dieser Hierarchie. Sätze können nur Aussagen über Sätze aus einer unteren Stufe machen. So wird vermieden, dass sich ein Satz auf sich selbst bezieht.[4]

In den *Principia* unbeantwortet blieb die Frage, was ein Satz ist.[5] Ihr wendet sich Russell in den Jahren nach der Publikation der *Principia* zu. Er versucht, sie im Rahmen einer Theorie des Urteils zu beantworten. In dieser Phase wird Wittgenstein 1911 sein Student. Russell und Wittgenstein beginnen einen intensiven Austausch, in dessen Verlauf Russell seinen Versuch aufgibt und Wittgenstein seine ersten Ideen zum *Tractatus* ausarbeitet.[6]

Russell war vom Talent seines Schülers so überzeugt, dass er nach dem Krieg sich um die Publikation der *Logisch philosophischen Abhandlung* kümmerte, nachdem Wittgenstein nicht in der Lage gewesen war, einen Verleger zu finden. Das Werk erschien 1921 zunächst in „Ostwalds Annalen der Naturphilosophie“ und 1922 in einer deutsch-englischen Ausgabe bei Kegan Paul unter dem Titel *Tractatus logico-philosophicus*.[7] In der Einleitung dazu schrieb Russell: „Mr. Wittgenstein’s *Tractatus Logico-Philosophicus*, whether or not it prove to give the ultimate truth on the matters with which it deals, certainly deserves, by its breadth and scope and profundity, to be considered an important event in the philosophical world.“ Rus-

[3] Zum ersten Mal hat er die Typentheorie im Aufsatz „Mathematical Logic as Based on the Theory of Types“ 1908 publiziert.

[4] Die *Principia Mathematica* sind damit ein Meilenstein in der mathematischen Logik und richtungsweisend für die nachfolgenden Arbeiten auf diesem Gebiet. Vgl. Gödel „Über formal unentscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandter Systeme“ in Gödel, 1931. Vgl. auch Skolem, 1923; Tarski, 1935, S. 282. Tarski macht deutlich, dass die Sprache, für die er den Wahrheitsbegriff definieren will, seiner Meinung nach letztlich diejenige der PM ist. Vgl. auch Ferreiros, 2001, S. 467.

[5] Ich vereinfach hier: Sätze (*propositions*) sind Werte von *propositional functions. Propositional functions* sind grundlegend, alle weiteren Funktionen, insbesondere die mathematischen, werden aus diesem Begriff abgeleitet (vgl. PM S. 15, vgl. auch Hylton, „Functions and Propositional Funcions in Princpia Mathematica“, in Hylton 2005). Russell unterscheidet propositions von sentences, den sprachlichen Zeichen für propositions. Er entwickelt mehrere Theorien darüber, was propositions sind, von denen aber keine befriedigend ist vgl. Ricketts, 2002, S. 229–31.

[6] Vgl. Ricketts, 2002.

[7] Auch deutsche Ausgaben haben sich dieses Titels bedient. In der Literatur wir auf das Buch gewöhnlich unter dem Namen *Tractatus* Bezug genommen. Ich werde mich an diese Tradition halten, auch wenn in jüngster Zeit vermehrt sein ursprünglicher Titel verwendet wird.

sell sollte mit seiner Einschätzung, das Buch sei ein wichtiges Ereignis in der philosophischen Welt, recht behalten. Der *Tractatus* gilt heute als eines der einflussreichen philosophischen Bücher des 20. Jahrhunderts und – zusammen mit den Schriften Gottlob Freges und Russells – als richtungsgebend für die Analytische Philosophie.[8]

Bereits der Titel teilt dem Leser mit, was ihn erwartet: Eine Abhandlung über Logik und Philosophie. Beides gehört für den jungen Wittgenstein zusammen. Im Vorwort zum *Tractatus* schreibt Wittgenstein, er glaube mit seinem Buch „die philosophischen Probleme [...] im Wesentlichen endgültig gelöst zu haben“ (Wittgenstein, 1989, S. 2f.). Welches diese Probleme sind, sagt er nicht. Der Grund dafür besteht wohl darin, dass sich diese Probleme gemäss Wittgenstein gar nicht klar formulieren lassen. Die Fragestellungen, die Philosophinnen und Philosophen machen, sind seines Erachtens nämlich daraus entstanden, dass diese die Logik der Sprache nicht richtig verstanden haben (vgl. 4.003[9]). Die Philosophie, könnte man sagen, hebt für Wittgenstein mit einem Missverständnis an. Dieses Missverständnis reizt Philosophen dazu, Fragen zu stellen. Philosophische Fragen sind deshalb Ausdruck davon, dass „die Logik der Sprache“ nicht klar ist. Der Philosoph, wie Wittgenstein ihn sich vorstellt, ist sich dessen bewusst. Er versucht nicht, die Fragen zu beantworten. Stattdessen begegnet er ihnen dadurch, dass er sich darum bemüht, einen klaren Blick auf die Sprache zu gewinnen. An dieser Stelle kommt die Logik ins Spiel. Eine logische Untersuchung der Sprache kann den Blick auf die Sprache verändern und den Philosophen so über seine Missverständnisse aufklären. Das Problem, das ihn beschäftigt hat, löst sich auf.

Wittgenstein beschäftigt sich im *Tractatus* also mit der Logik, aber nicht als Selbstzweck, sondern in philosophischer Absicht. In der wissenschaftlichen Literatur zum *Tractatus* wird diese Absicht unterschiedlich bestimmt. Je nachdem wird auch unter den philosophischen Problemen etwas anderes verstanden. Ich will im Folgenden drei Möglichkeiten aufzeigen, die philosophischen Probleme zu identifizieren, und daran eine grobe Einteilung der Literatur zum *Tractatus* vornehmen. Diese Einteilung hat nicht den Anspruch, umfassend zu sein, sondern dient bloss dazu, meine eigene Arbeit zu verorten.

Gegen Ende des *Tractatus* äussert sich Wittgenstein folgendermassen über die adäquate philosophische Methode:

[8] Vgl. Dummett, 1992, vgl. z.B. auch Sluga, 1996, S. 7.

[9] In Wittgenstein, 1989. Im Folgenden zitiere ich den *Tractatus* mit Angabe der jeweiligen Satznummer gemäss dieser Ausgabe.

6.53: Die richtige Methode der Philosophie wäre eigentlich die: Nichts zu sagen, als was sich sagen lässt, also Sätze der Naturwissenschaft – also etwas, was mit Philosophie nichts zu tun hat –, und dann immer, wenn ein anderer etwas Metaphysisches sagen wollte, ihm nachzuweisen, dass er gewissen Zeichen in seinen Sätzen keine Bedeutung gegeben hat. Diese Methode wäre für den anderen unbefriedigend – er hätte nicht das Gefühl, dass wir ihn Philosophie lehrten – aber sie wäre die einzig streng richtige.

„Den andern" beschäftigt ein philosophisches Problem und bringt ihn dazu „etwas Metaphysisches" zu sagen. Doch dabei gebraucht er die Sprache nicht wirklich, er hat gewissen Zeichen keine Bedeutung gegeben. Wittgenstein ist nicht der erste Philosoph, der Metaphysik für verkehrt hält. Ein wichtiger Vorgänger der Metaphysikkritik ist Immanuel Kant.[10] In Wittgensteins näherem Umfeld ist Gottlob Frege kritisch gegenüber einer Vermischung von Logik und Metaphysik (vgl. Anm. 84). Zudem gibt es seit der Jahrhundertwende in Wien um den Positivisten und Physiker Ernst Mach eine wichtige metaphysikkritische Strömung, die gegenüber den überkommenen philosophischen Traditionen insgesamt skeptisch ist. Später beruft sich der Wiener Kreis um Moritz Schlick und Rudolf Carnap in seiner Programmschrift *Wissenschaftliche Weltauffassung* auf Wittgenstein, dessen Arbeiten, zusammen mit denjenigen Russells, den „logischen Ursprung der metaphysischen Irrwege" klarlegen würden (vgl. Verein Ernst Mach, 1929, S. 13).

Was versteht Wittgenstein unter Metaphysik, welcher Art sind die Probleme, die Philosophen mit Metaphysik zu lösen versuchen? Eine einflussreiche Interpretationstradition, ich nenne sie deshalb im Folgenden die Standard-Lesart, identifiziert die philosophischen Probleme mit Problemen der Ontologie. Das Missverständnis, das Wittgenstein im Vorwort anspricht, wird gemäss der Standard-Lesart folgendermassen verstanden: Der Metaphysik betreibende Philosoph meint irrtümlicherweise, über das Wesen der Dinge und somit über metaphysische Wahrheiten etwas aussagen zu können. Er meint, eine metaphysische Lehre formulieren zu können, deren Sätze notwendigerweise wahr sind. Damit verkennt er, was Sätze sinnvoll macht, nämlich die Wirklichkeit richtig oder falsch zu beschreiben. Für einen sinnvollen Satz ist beides möglich, wahr oder falsch zu sein. Deshalb können notwendige metaphysische Wahrheiten nicht in Sätzen formuliert werden.

Die Metaphysik ist keine Lehre über das Sein des Seienden. Dennoch lassen sich metaphysische „Wahrheiten" gemäss der Standard-Lesart aufzeigen, nämlich dadurch, dass die logische Struktur umgangssprachlicher Sätze klar dargestellt wird. Dazu werden diese einer logi-

[10] Vgl. Glock, 1997.

schen Analyse unterzogen. Das Ziel dieser Analyse besteht dann darin, aufzuzeigen, auf welche letzten Bestandteile der Wirklichkeit wir uns beim Sprechen immer schon beziehen. Die Logik ist in dieser Auslegung sozusagen eine Alternative zur traditionellen Metaphysik, d.h. eine Strategie, die Frage nach der Natur des Seienden zwar nicht zu beantworten, aber doch in einer gewissen Weise mit ihr zu Rande zu kommen.

Die Metaphysik, über die man, wie Wittgenstein am Ende des Buches in 6.53 bemerkt, reden will, aber nichts sagen kann, wird also mit der Lehre über das Wesen der Dinge, die letzten Bestandteile der Wirklichkeit, gleichgesetzt. Gemäss der Standard-Lesart hält der *Tractatus* jedoch immer noch an einer metaphysischen Doktrin fest, die aber „unaussprechlich“ ist. Sie zeigt sich vielmehr, eben dadurch, dass Sätze analysiert werden. Das Missverständnis des Philosophen besteht dann darin, dass er sich nicht klar ist, worin die Möglichkeiten und Grenzen der Sprache bestehen: Man kann mit der Sprache Aussagen über Tatsachen machen, das heisst, Sätze bilden, die wahr oder falsch sind je nachdem, ob die darin beschriebenen Sachverhalte bestehen oder nicht bestehen. Oder man kann Aussagen analysieren. Dann bildet man aber keine Sätze, sondern nimmt eine Analyse der die Wirklichkeit beschreibenden Sätze vor und gibt diese schliesslich in einer logischen Notation wieder. Dann wird ihre logische Struktur deutlich wird. Dabei wird aufgezeigt, auf welche letzten Bestandteile des Seienden wir uns in Aussagen beziehen unabhängig davon, ob sie wahr oder falsch sind. Unmöglich ist es aber, *Aussagen* über die letzten Bestandteile der Wirklichkeit zu machen oder über die logischen Eigenschaften der Sprache, die sich aus dem Wesen dieser Bestandteile ergeben. Das ergibt sich daraus, dass Aussagen immer wahr oder falsch sein können, die logischen Eigenschaften dagegen der Sprache notwendigerweise zukommen, desgleichen den letzten Bestandteilen der Wirklichkeit ihre wesentlichen Eigenschaften. Wittgenstein will dem verwirrten Philosophen diese Dichotomie klarmachen.[11]

Eine zweite Interpretationstradition betont den Zusammenhang zwischen der Logik und den philosophischen Problemen stärker. Sie weist darauf hin, dass Wittgenstein sich im *Tractatus* mit logischen Fragen beschäftigt und dass philosophische Probleme sich gerade aus solchen Fragen ergeben.[12] Zu den Vertretern dieser Tradition gehören auch Philosophinnen

[11] Zu den wichtigsten Vertretern dieser Lesart gehören Hacker, vgl. 1986, S. 51 und Kapitel III.2; Hintikka, vgl. Hintikka & Hintikka, 1986, Kapitel 3; Pears, vgl. 1987, S. 4–7 und Kapitel II.4.; Glock, vgl. 2005. Vgl. z.B. auch Schröder, 2008.

[12] Richtungsweisend sind hier z.B. die Arbeiten von Anscombe, vgl. 1967; Ishiguro, vgl. 1969; McGuinness, vgl. 2002, Kapitel II. 8; Sullivan, vgl. 2003.

und Philosophen, die für sich in Anspruch nehmen, den *Tractatus* in „resoluter" Weise zu lesen.[13]

Auch gemäss diesem Interpretationsansatz ist die Idee zentral, die logische Struktur umgangssprachlicher Sätze klar darzustellen. Ebenso bedient sich gemäss dieser Lesart der Philosoph hierfür einer logischen Notation. Doch wird diese ausschliesslich gebraucht, um die „Logik der Sprache" klar darzustellen und nichts weiter. (Es wird also keine Ontologie betrieben.) In der logischen Analyse wird aufgezeigt, wie beim Sprechen die Sprache verwendet wird. Insbesondere werden darin unterschiedliche Verwendungsweisen von Wörtern aufgezeigt und dadurch die Quelle für das Missverstehen der Sprachlogik.

Was ist hier mit der Logik der Sprache gemeint? Eine Antwort aus der Sicht der resoluten Leseart lautet folgendermassen: Wenn wir sprechen (und denken), dann operieren wir mit Zeichen und bilden damit Sätze. Die Art und Weise, wie wir dies tun, lässt sich klar darstellen, wenn wir eine logische Notation gebrauchen, um die Sätze wiederzugeben. Die logische Notation wird als Mittel verstanden, mit dem sich darstellen lässt, wie wir mit der Sprache oder in der Sprache denken. Sie ist deshalb ein Instrument, mit dem sich Gedanken klären lassen.[14]

Das philosophische Missverständnis beruht dann darin zu meinen, dass die Logik auf bestimmten Voraussetzungen gründe, die sich unabhängig davon, wie Sätze tatsächlich gebraucht werden, bezeichnen liessen. Dieses Missverständnis wird dadurch aufgelöst, dass aufgezeigt wird, dass wir uns in der Logik auf nichts anderes berufen müssen, als auf die Sätze, mit denen wir Aussagen machen. „Logic will belong to the kind of sign ordinary sentences are, and if that can really be made clear, it will also be clear that in speaking philosophically, we are confusedly trying to station ourselves outside our normal practice of saying how things are, trying to station ourselves 'outside the world, outside logic'" (Diamond, 1988, S. 11).

Gemäss der resoluten Lesart enthält der *Tractatus* keine metaphysische Doktrin. Trotzdem ist er in gewissem Sinne doktrinär, weil er bestimmte Voraussetzungen darüber macht, wie sich philosophische Missverständnisse aufklären lassen. Er geht nämlich davon aus, dass sich die Sätze, deren Logik nicht klar ist, in eine logische Notation übersetzen lassen. „Doktrinär"

[13] Mit „resolut" ist eine bestimmte Interpretation von Wittgensteins Bemerkung in 6.54 gemeint, seine Sätze müssten als unsinnig erkannt werden. Ich komme auf diesen Punkt im dritten Teil der Einleitung zurück. Wer sich zum Lager der resoluten Leser zählen darf, haben Conant und Diamond in „On Reading the *Tractatus* Resolutely" festgehalten, vgl. Conant & Diamond, 2004.

[14] Vgl. Conant & Diamond, 2004, S. 66.

bedeutet also unhinterfragt vorauszusetzen, dass eine logische Notation das Mittel zur Klärung ist.[15]

Ein dritter Interpretationsansatz identifiziert die philosophischen Probleme des *Tractatus* mit Problemen der Ethik und der Religion. Das Missverständnis wird hier darin gesehen, Probleme des Lebens mit Fragen zu verwechseln. Fragen werden beantwortet, Probleme werden gelöst (oder aufgelöst). (Mit den Begriffen Problem und Lösung fasst Wittgenstein verschiedene Bereiche unter einen Aspekt zusammen: Nicht nur in der Ethik und der Religion, auch in der Ästhetik, der Logik und Mathematik spricht man von Problemen und Lösungen. Alle diese Bereiche behandelt er im *Tractatus* unter Satz 6.) Probleme werden dann mit Fragen verwechselt, wenn man meint, sie könnten dadurch gelöst werden, dass eine Antwort auf sie gegeben wird. Folglich versucht man, auf einer theoretischen Ebene damit zu Rande kommen, und verkennt, dass sich Probleme auf einen praktischen Bereich beziehen. Die Logik ist dann ein Mittel, um zu bestimmen, wodurch sich Aussagen charakterisieren. Mit ihr lässt sich aufzeigen, dass erstens das, was man in der Ethik oder der Religion sagen möchte, gar nicht die Form einer (Tatsachen-) Aussage hat, sondern unsinnig ist, und dass zweitens Aussagen, also das, was sich sinnvollerweise sagen lässt, nicht als Antworten auf ethische Probleme empfunden werden. Der vom Problem umgetriebene ist frustriert, weil ihm deutlich wird, dass es im Bereich des Wirklichen (der Tatsachen, der Aussagen darüber) nichts gibt, das dem entspricht, was ihn beschäftigt. Gemäss dieser dritten Lesart will derjenige, der etwas Metaphysisches sagen will, nicht über das Sein des Seienden, also über die letzten Bestandteile der Wirklichkeit, reden, sondern über das gute Leben oder den Sinn des Lebens. Diese Themen gehören nicht zum Bereich wahrer und falscher Aussagen, sondern in denjenigen des Unsagbaren (vgl. 4.115) und sind deshalb unaussprechlich (vgl. 6.421). [16]

Wie gesagt, habe ich mit diesem kurzen Überblick weder den Anspruch, alle Interpretationsansätze aufzuzeigen, noch alle Themen des *Tractatus* zu benennen. Ich will exemplarisch darlegen, dass es verschiedene Möglichkeiten gibt, Wittgensteins Verständnis von Logik und Philosophie aufeinander zu beziehen (die sich im Übrigen nicht ausschliessen müssen). Daraus ergeben sich verschiedene Möglichkeiten, die Themen des *Tractatus* zu gewichten. In meiner Arbeit lege ich das Gewicht aber gerade nicht auf die Philosophie, sondern auf die

[15] Vgl. Conant & Diamond, 2004, S. 81–83. Für Beispiele, wie die sich gemäss diesem Ansatz die Logik der Sprache klarlegen lässt, vgl. Diamond, 2004; Kremer, 2012.

[16] Vgl. Stenius, 1964, Chapter X. 11 und XI.

Logik. Das heisst, mich interessiert vor allem die Frage, inwiefern dieses Werk als Beitrag zu genuin logischen Problemen verstanden werden kann, die Wittgenstein von seinen Lehrern Russell und Frege[17] übernommen hat. Mich beschäftigt also nicht so sehr Wittgensteins Auffassung der Philosophie, also die philosophische Absicht, die er mit dem Buch verfolgt, sondern seine Auffassung der Logik.[18] Insbesondere setze ich mich mit der Funktion der logischen Notation auseinander, der „Begriffsschrift", wie Wittgenstein diese im Anschluss an Frege nennt. Eine Begriffsschrift ist ein Instrument, mit dem Sätze in einer Weise notiert werden können, die ihre logische Struktur deutlich macht. Wobei mit Sätzen Aussagen gemeint sind, die Menschen im Alltag äussern (vgl. 3.325, 4.002, 5.5563 und 6.122.)

Mich interessiert dabei besonders, wie Wittgenstein das Verhältnis von Alltags- oder Umgangssprache, wie er sie nennt, und Logik auffasst. Wenn Wittgenstein im *Tractatus* von Sätzen oder „dem Satz" spricht, meint er damit umgangssprachliche (normalsprachliche) Äusserungen, insofern sie als Aussagen formuliert werden. Zugleich versteht er darunter aber auch *den* Grundbegriff der Logik, das logische Fundament, aus dessen Erklärung oder Definition sich die gesamte Logik ergeben muss. Die Darlegung dieses Grundbegriffes ist ein wichtiges Ziel meiner Arbeit. Leitend ist für mich die Idee, dass diese Erklärung beides ist, eine formale Erklärung mittels einer logischen Notation, wie Wittgenstein sie für die Logik als erforderlich erachtet, und zugleich eine Erklärung der umgangssprachlichen Äusserungen. Den Zusammenhang zwischen Umgangssprache und Notation stiftet der Sprachgebrauch. Die logische Notation gibt wieder, wie umgangssprachliche Zeichen gebraucht werden, wenn sie verwendet werden, um Sätze zu äussern. Indem die Notation den Gebrauch aufzeigt, macht sie zugleich deutlich, was all diese umgangssprachlichen Äusserungen gemeinsam haben und was deshalb das Charakteristische von Sätzen ist.

Da für Wittgenstein Logik und Philosophie aufeinander bezogen sind, ist eine Untersuchung der Logik des *Tractatus* auch für die drei Interpretationsansätze, die ich eben umrissen habe, interessant. In meine Arbeit beschäftige ich mich mit der Frage, ob und wie sich im

---

[17] Wittgenstein stand zu seiner Studienzeit im Kontakt mit Frege und hat ihn mehrmals in Jena besucht. Dieser hatte ihm zu einem Studium bei Russell geraten. Die Beschäftigung mit Freges Werk ist eine Konstante in Wittgensteins Philosophie, vgl. Geach, 1976, S. 55; vgl. auch Dummett, 1981.

[18] Die Logik des *Tractatus* beeinflusste z.B. die Arbeiten Frank Ramseys und Rudolf Carnaps. Vgl. z.B. Ramseys „Foundation of Mathematics" in 1978, S.152–213; vgl. auch Carnap 1928, § 183 und 1937, S. xvi. Für Arbeiten zur Logik des *Tractatus* vgl. Fogelin, 1976, Kapitel IV–VII; Geach, 1976 und 1981, Ricketts, 1996 und 2002; Potter, 2000 Kapitel 6 und 2009; Diamond, 2002a und 2002b; Frascolla, 2007, Kapitel 5; Roger und Wehmeier 2012; Goldfarb 2018.

Rahmen von Wittgensteins Sprachverständnis über Sprache reflektieren und sprechen lässt. Das setzt voraus, dass wir beim Reden noch anderes wollen, als Aussagen über Tatsachen machen. Ist dies im Rahmen, den der *Tractatus* der Sprache steckt, überhaupt zulässig? Gibt es ein Reden jenseits vom Aussagen machen? Gemeinhin wird dieser Rahmen als sehr eng betrachtet. Viele Äusserungen, die Menschen machen, scheinen nicht da hinein zu passen. Entweder werden sie in diesem Buch nicht thematisiert oder dessen Autor versteigt sich dazu, sie als defizitär oder gar unsinnig abzutun. Und tatsächlich teilt er das Prädikat „unsinnig" bekanntlich aus. Er disqualifiziert damit den oben zitierten „Anderen", von Problemen umgetriebenen, sobald dieser den Mund öffnet und etwas sagt. Aber auch sein eigenes Werk tut er am Schluss als Unsinn ab, über den es hinauszusteigen gilt. Der *Tractatus* ist ja eine Reflexion über die Sprache. Hat Wittgenstein sich damit in seinem eigenen Verständnis über die „Grenze des Sagbaren" hinausbegeben? Ich komme auf die Frage nach dem Satus der „Sätze" des *Tractatus* im 3. Abschnitt der Einleitung zurück. Davor will ich darlegen, wie Wittgenstein meines Erachtens Sprache im *Tractatus* auffasst und welche Stellung die normale Sprache, die „Umgangssprache" gemäss dieser Auffassung hat.

In meiner Arbeit vertrete ich die Auffassung, dass die Frage nach dem Sprachegebrauch und die Frage nach der Logik zusammengehören. Um die Richtigkeit dieser These zu verdeutlichen, will ich vorbereitend im zweiten Teil der Einleitung aufzeigen, wie der Begriff der Sprache und des Satzes sich durch eine Thematisierung des Sprachgebrauchs erschliessen lassen. Im dritten Teil der Einleitung bespreche ich eine exegetische Schwierigkeit, die sich aufgrund der vieldeutigen Aussage Wittgensteins ergibt, derjenige verstehe ihn, der seine Sätze als unsinnig erkenne (6.54). Für meine Arbeit stellt sich in diesem Zusammenhang insbesondere die Frage, welche Implikationen diese Bemerkung für die Definition des Satzes in 6 und der vorhergehenden Erläuterung dieser Definition (in 2–5) hat. Ich verfolge als Interpretationsansatz, dass die Bemerkungen unter 2–5 Erläuterungen von 6 sind. Sie leiten den Leser oder die Leserin an, charakteristische Merkmale an der Sprache zu erkennen, auf der die Definition des Satzes in 6 beruht.

„Die Sprache“ im *Tractatus*

Der emphatisch anmutende Gebrauch des bestimmten Artikels im *Tractatus* ist auffallend.[19] „Das Logische Bild der Tatsachen ist der Gedanke“ (3), „Der Satz ist artikuliert“ (3.251) „Der Satz zeigt seinen Sinn“ (4.002). „Die Sprache verkleidet den Gedanken“ (ebenda.) „Die Sprache“ verhindert auch Fehler in der Logik (vgl. 5.4731). Philosophische Probleme entstehen gemäss Wittgenstein durch das Missverstehen „der Logik der Sprache“. Was Wittgenstein mit der Rede von „dem Satz“ und „dem Sagbaren“ voraussetzt, erläutere ich im dritten Kapitel. Jetzt beschäftige ich mich mit der Frage, wie die Rede von „der Sprache“ zu begründen ist.

Es mag merkwürdig erscheinen, wie selbstverständlich Wittgenstein von der Sprache redet, wo es doch eine Vielzahl von Sprachen gibt. Trotzdem meint er mit „der Sprache“ eben diese vielen Sprachen. Doch er betrachtet „die Umgangssprache“, wie er Deutsch oder Englisch nennt, aus einer bestimmten Perspektive.[20] Ich nenne sie hier die Perspektive der logischen Grammatik. Im Folgenden will ich aufzeigen, was es heisst, Deutsch oder Englisch aus der Perspektive der logischen Grammatik zu betrachten, und dabei deutlich machen, warum gerade dann, wenn nach der logischen Grammatik der Umgangssprache gefragt wird, eine Betrachtung des Sprachgebrauchs wichtig wird.

Wittgenstein hält fest, dass es neben der Grammatik der jeweiligen Sprache, in der Sätze geäussert werden – der Umgangssprache – „eine logische Grammatik“ oder „logische Syntax“ dieser Sätze gibt (vgl. 3.325). Dabei ist die logische Grammatik der verschiedenen Umgangssprachen (des Deutschen, des Englischen) dieselbe. Sie ist die Grammatik „der Sprache“, während die deutsche oder englische Grammatik Grammatiken sprachlicher Äusserungen, also der „Umgangssprache“ sind. Die Umgangssprachen haben also neben ihren besonderen Grammatiken alle dieselbe logische Grammatik. In diesem Sinne sind sie Ausdrucksweisen derselben einzigen Sprache.

Wittgenstein setzt im *Tractatus* voraus, dass sich ein und derselbe Satz ohne Weiteres in verschiedenen Sprachen sagen lässt. Die entsprechenden deutschen, englischen, finnischen

---

[19] Die erste Übersetzung ins Englische durch Charles K. Ogden und Ramsey übernimmt diesen Gebrauch. Im Englischen nimmt er sich noch auffälliger aus als im Deutschen. Vgl. Geachs Kommentar: „Ogden continually turned straightforward German into oracular English by unidiomatically using the definite article with a singular noun when he ought to have used an indefinite article or no article at all or a plural“ (Geach, 1963, S. 264).

[20] Umgangssprache ist nicht in Abgrenzung von einer Hochsprache zu verstehen, sondern in Abgrenzung von einer logischen Notation. Ich verwende den Begriff durchgängig so.

oder aimarischen Äusserungen sind dann gegenseitige Übersetzungen dieses Satzes (vgl. 4.243). Die verschiedenen Sprachen unterscheiden sich voneinander also nur durch ihre jeweilige Grammatik und durch ihr Vokabular, also durch ihre Zeichen. Doch in jeder Sprache lässt sich dasselbe sagen, eben darum lassen sie sich ineinander übersetzen. Anders gesagt: Der Satz ist jeweils derselbe, er wird bloss in den Zeichen der englischen oder finnischen Sprache wiedergegeben. Der Satz lässt sich ausserdem auch in logischen Zeichensprachen formulieren. Logisch nennt Wittgenstein also eine Zeichensprache, deren Sätze gemäss der Syntax der logischen Grammatik gebildet sind. Umgangssprachen dagegen sind Zeichensprachen, deren Sätze gemäss der Syntax einer umgangssprachlichen Grammatik gebildet sind. Wie Frege nennt Wittgenstein eine logische Zeichensprache eine Begriffsschrift. Ein deutscher Satz lässt sich dann anstatt auf Englisch auch in die Begriffsschrift übersetzten. Wozu eine solche Übersetzung dienen kann, lässt sich anhand der folgenden Überlegung deutlich machen.

In der Schule haben wir gelernt, nach welchen Kriterien die Wörter der Sätze in grammatische Kategorien eingeteilt sind. Wir haben als Schulkinder Kriterien kennengelernt, um z.B. Wortarten zu unterscheiden (handelt es sich um ein Nomen, ein Verb oder ein Pronomen etc.?) und ihre syntaktische Funktion zu benennen (ist in diesem Satz ein Satzglied Subjekt, Prädikat oder Objekt etc.?). Nun sollen sich also die Wörter, oder genauer gesagt „die Elemente der Satzzeichen", auch nach den Kriterien der logischen Grammatik betrachten lassen. Was heisst das? Die Antwort auf diese Frage verlangt einige Ausführungen. Ich beschäftige mich mit ihr in Kapitel 2. An dieser Stelle möchte ich nur aufzeigen, dass sich Wörter gemäss anderen Kriterien als denen der umgangssprachlichen Grammatik einteilen lassen. Ich will herausarbeiten, dass es einen Unterschied macht, ob man einen Satz gemäss der deutschen Grammatik oder gemäss der logischen Grammatik betrachtet. In 3.34 sagt Wittgenstein:

> 3.34 Der Satz besitzt wesentliche und zufällige Züge.
> Zufällig sind die Züge, die von der besonderen Art der Hervorbringung des Satzzeichens herrühren. Wesentlich diejenigen, welche allein den Satz befähigen, seinen Sinn auszudrücken.

Aus der Perspektive der logischen Grammatik werden Satzzeichen nicht gemäss „äusserlichen" Kriterien betrachtet, den Kriterien der Schulgrammatik. Um die wesentliche Merkmale des Satzzeichens zu erkennen, muss es betrachtet werden, insofern es einen bestimmten Sinn oder Gedanken ausdrückt. Und im Hinblick darauf, ist die Schulgrammatik zufällig. Der Sinn bleibt ja in Wittgensteins Auffassung immer derselbe, unabhängig davon, in welche Zeichensprache wir den Satz übersetzen. Wir wollen also wissen, was an all den verschiedenen Satzzeichen, die denselben Sinn ausdrücken, gemeinsam ist.

Wenn wir uns von der Frage leiten lassen, was für eine Aussage wir mit einer bestimmten Äusserung bilden, dann soll gemäss Wittgenstein ihre logische Syntax in den Blick geraten und damit das, was an ihr für die Logik relevant ist. Dabei gerade die Idee wichtig, dass sich dasselbe mit verschiedenen Worten sagen lässt. Aussagen und Behauptungen lassen sich reformulieren und dadurch explizieren. Was ein Sprecher mit einer bestimmten Äusserung sagt, ist nicht durch diese allein bestimmt. Worauf er sich mit ihr genau festlegt, zeigt sich erst daran, dass er sie explizieren kann. In diesem Sinne macht erst der Gebrauch, den er von seinen Worten macht, deutlich, was für eine Bedeutung er ihnen gibt: Erst der Gebrauch sprachlicher Äusserungen macht aus diesen Sätze mit einem bestimmten Gehalt.

Wie lässt sich ausgehend von dieser Idee nun die logische Grammatik von der umgangssprachlichen abheben? Ich will das an einem Beispiel aus dem *Tractatus* aufzeigen, an der Aussage „Grün ist grün". In diesem Satz wird nicht nur dasselbe Wort zweimal auf je unterschiedliche Weise verwendet. Zu diesem Resultat kommen wir auch, wenn wir den Satz gemäss den Kriterien der deutschen Grammatik betrachten: Das erste „Grün" wird als Subjektwort verwendet, das zweite bildet zusammen mit der Kopula „ist" ein Prädikat. Doch über die Verwendungsmöglichkeiten des Wortes „grün" hinaus kann auch das ganze Satzzeichen auf unterschiedliche Art und Weise verwendet werden. Er lässt sich verwenden, um eine Aussage über einen Herrn Grün zu machen. Aber wir können uns auch andere Verwendungsweisen denken. Beispielsweise lässt sich mit denselben Worten auch eine Binsenwahrheit sagen, oder in der Terminologie des *Tractatus*: eine Tautologie bilden: Alles, was grün ist, ist grün. Gemäss der deutschen Grammatik haben beide Äusserungen dieselbe Syntax. Betrachtet man sie isoliert und nicht in ihrem Verwendungskontext, scheint es deshalb, dass zweimal derselbe Satz gebildet wurde. Dagegen ist die logische Syntax der Äusserung je nachdem, wie sie verwendet wird, eine andere. Die unterschiedlichen Explikationen – „Herr Grün ist grün" oder „Alles was grün ist, ist grün" – machen deutlich, dass mit beiden Äusserungen zwei unterschiedliche Sätze formuliert werden. Sie machen deutlich, dass zwar die Sätze mit denselben Wörtern gebildet werden, aber doch auf unterschiedliche Weise. Aus der Perspektive der umgangssprachlichen Grammatik besteht also eine Gleichheit im sprachlichen Ausdruck, die sich aus der Perspektive der logischen Grammatik als äusserlich erweist.

Die „Logik der Sprache" gerät also dann in den Blick, wenn man bemerkt, dass dieselbe Äusserung auf verschiedene Weise als Aussage verwendet werden kann und sich entsprechend ihrer Verwendung unterschiedlich explizieren lässt. Wenn das Satzzeichen in unterschiedlichen Verwendungskontexten anders expliziert wird, wird dadurch angezeigt, dass es sich zwar um dasselbe umgangssprachliche Zeichen, aber um zwei verschiedene Sätze handelt. Zudem wird deutlich, dass das Satzgefüge je ein ganz anderes ist. Die logische Syntax der beiden Sätze ist unterschiedlich.

Durch die Verwendung einer logischen Notation lassen sich diese Unterschiede nochmals deutlicher machen. Der erste Satz wird dann mit „fa" übersetzt und als Funktion eines Namens geschrieben. Der zweite Satz wird mit „(x) (fx ⊃ fx)", einem allquantifizierten Satz, übersetzt, der zudem mit „⊃" einen logischen Junktor enthält. Durch die Übersetzung in die Begriffsschrift werden die Sätze gemäss ihrer logischen Struktur gegliedert. Es wird deutlich, dass der erste Satz logisch einfach, der zweite zusammengesetzt ist. Eine Übersetzung ist demzufolge eine logische Analyse des Satzes.

Für meine Interpretation des *Tractatus* ist der Zusammenhang zwischen Sprachgebrauch und logischer Analyse ganz wichtig und ich will ihn deshalb hervorheben: Dass im umgangssprachlichen Kleid von „Grün ist grün" zwei Sätze stecken, erkennt man nicht, solange man nur das isolierte Zeichen betrachtet. Die Sätze heben sich erst voneinander ab, wenn man betrachtet, wozu das Satzzeichen gebraucht werden kann. Heisst: Wenn betrachtet wird, auf welche Behauptung wir uns mit seiner Äusserung festlegen. Das Satzzeichen wird dann in Beziehung zu anderen Satzzeichen gesetzt und damit wird deutlich gemacht, auf welche Aussage man sich damit festlegt. Das Satzzeichen erscheint dann nicht mehr als isoliert, sondern es wird als Teil der Sprache aufgefasst. Es bezeichnet einen Ort im logischen Raum (vgl. 3.4).

Logik ist für Wittgenstein die Logik „der Sprache" und beginnt für ihn meines Erachtens mit einer Betrachtung des Sprachgebrauchs. In der Logik wird die Gültigkeit von Schlüssen begründet. Das sind somit Schlüsse, die Menschen in der Umgangssprache formulieren. Sie denken dann in und mit der Sprache. Im *Tractatus* sind Gedanken mit sprachlichen Äusserungen in gewisser Weise gleichgesetzt. Wittgenstein bestimmt den Satz nicht nur als *Ausdruck* des Gedankens (vgl. 3.1), sondern Gedanken *sind* sinnvolle Sätze (4). Das Satzzeichen, die schriftliche oder mündliche Äusserung, ist das, was am Gedanken sinnlich wahrnehmbar ist (vgl. 3.1). Wenn ein Satzzeichen zum Denken gebraucht wird, dann ist es mit dem Gedanken gleichzusetzen (vgl. 3.5). Betrachtet man also das Satzzeichen zusammen mit seiner Anwendung, dann erblickt man einen Gedanken.[21]

Man könnte sagen, für Wittgenstein verkörpert die Sprache die Gedanken. Aber zugleich verkleidet sie sie auch:

> 4.002 Der Mensch besitzt die Fähigkeit Sprachen zu bauen, womit sich jeder Sinn ausdrücken lässt, ohne eine Ahnung davon zu haben, wie und was jedes Wort bedeutet. – Wie man auch spricht, ohne zu wissen, wie die einzelnen Laute hervorgebracht werden.
>
> Die Umgangssprache ist ein Teil des menschlichen Organismus und nicht weniger kompliziert als dieser.
>
> Es ist menschenunmöglich, die Sprachlogik aus ihr unmittelbar zu entnehmen.
>
> Die Sprache verkleidet den Gedanken. Und zwar so, dass man nach der äußeren Form des Kleides nicht auf die Form des bekleideten Gedankens schließen kann; weil die äußere Form des Kleides nach ganz anderen Zwecken gebildet ist als danach, die Form des Körpers erkennen zu lassen.
>
> Die stillschweigenden Abmachungen zum Verständnis der Umgangssprache sind enorm kompliziert.

Die Art und Weise, wie Gedanken in der Umgangssprache ausgedrückt werden, beruht auf Konventionen, auf „stillschweigenden Abmachungen“, und diese sind „enorm kompliziert“. Ich denke, diese Konventionen sind Konventionen des Sprachgebrauchs. Sie legen fest, wie umgangssprachliche Zeichen gebraucht werden können, um Gedanken auszudrücken. Umgekehrt lassen sie sich durch eine Betrachtung des Sprachgebrauchs aufdecken.[22] In der logischen Analyse des Satzes wird das, was in den Konventionen stillschweigend vorausgesetzt wird, explizit gemacht. Entsprechend ist auch die logische Analyse der Umgangssprache

---

[21] Zusammen mit dem oben gesagten gilt also: Ein Satzzeichen, das isoliert auf dem Papier steht (zum Beispiel, wenn es in einem sprachphilosophischen Text als Beispiel angeführt wird), drückt keinen Gedanken aus und sollte dann eigentlich auch nicht Satz genannt werden. Oder umgekehrt: Wenn wir es Satz nennen, dann müssen wir es als mit einem möglichen Verwendungskontext auffassen und damit mit einem Ort in der Sprache.

[22] Vgl. McGuinness, 2000, S. 91.

enorm kompliziert. Die obige Analyse der möglichen logischen Struktur des Beispielsatzes „Grün ist grün“ als „fa“ respektive „(x) (fx ⊃ fx)“, stellt daher eine Vereinfachung dar. Wittgenstein stellt sich die logische Analyse eines umgangssprachlichen Satzes viel komplizierter vor. Ob wir Wörter in der Umgangssprache je als Namen, als einfache Zeichen im logischen Sinne, verwenden, lässt sich bezweifeln. Deshalb ist es vorschnell „Herr Grün“ mit „a“ als Namen zu übersetzten. Ausserdem ist Wittgenstein der Auffassung, dass Farbbegriffe wie „ist grün“ sich aus einfacheren Begriffen definieren lassen. Entsprechend liesse sich „fx“ weiter zerlegen.[23]

In meiner Arbeit gebe ich mehrere Beispiele für Übersetzungen in die Begriffsschrift, um zu illustrieren, wie ich mir eine solche vorstelle. Ich vereinfache damit den Prozess des Übersetzens. Ich gehe davon aus, dass wir Eigennamen als logische Namen verwenden können und dass sich Begriffe ohne Weiteres durch Funktionen bezeichnen lassen. In Kapitel 6 diskutiere ich im Rahmen der vollständigen logischen Analyse, was mit dieser Annahme vorausgesetzt ist.

3. Zur Frage nach dem Unsinn und dem Status der „Sätze“ des *Tractatus*

Wer über den *Tractatus* schreibt, insbesondere über Wittgensteins Verständnis von Sätzen als Aussagen, die wahr und falsch unter bestimmten Bedingungen sind, ist mit der Schwierigkeit konfrontiert, dass die „Sätze des *Tractatus*“ keine solchen Sätze sind. Sinnvolle Sätze sind gemäss Wittgenstein Aussagen. Beides ist für sie möglich, wahr oder falsch zu sein. Dagegen scheint Wittgenstein mit seinen Bemerkungen einen apodiktischen Anspruch zu verbinden. Die „Wahrheiten“ die er verkündet, scheinen notwendige Wahrheiten zu sein. So stellt Peter Hacker fest: „[...] after all most of the propositions of the *Tractatus* itself seem to state noncontingent truths, metaphysical necessities about the nature and essence of reality, of any possible world“ (Hacker, 1986, S. 51). Wittgenstein scheint sich mit den Bedingungen sinnvollen Sprechens überhaupt zu beschäftigen, weshalb seine „Sätze“ einen anderen Status haben als gewöhnliche Sätze. In gewöhnlichen Sätzen werden nur diese oder jene Bedingungen bezeichnet, unter denen sie wahr oder falsch sind. Hans-Johann Glock charakterisiert Wittgensteins Auffassung von Logik entsprechend als kantisch, (vgl. Glock, 2006). Insbesondere Wittgensteins Bemerkungen zu den einfachen Gegenständen, die bestehen müssen, wenn Namen eine Bedeutung haben, und zur logischen Form (von Bildern und Sätzen) fasst er als

[23] Dass Wittgenstein Farbzuschreibungen für weiter analysierbar hält, deutet er in 6.3751 an. Ricketts macht einen Vorschlag, wie Farbzuschreibungen gemäss Wittgenstein zu analysieren sind, vgl. Ricketts, 2014.

Bemerkungen über die Bedingungen sinnvollen Sprechens überhaupt auf. Deshalb, so schliesst Glock, können solche Bemerkungen nicht falsch sein. Da es für sinnvolle Sätze aber möglich sein muss, falsch zu sein, handelt es sich nicht um sinnvolle Sätze. Hacker und Glock schliessen daraus, dass die Sätze des *Tractatus* weder Aussagen noch sinnlose Tautologien sind, darauf, dass sie unsinnig sind.[24]

Nun weist Geach auf eine wichtige Parallele zwischen Frege und Wittgenstein hin: Nicht nur nennen beide eine adäquate logische Notation eine Begriffsschrift, sondern beide nennen ihre Bemerkungen zur Logik Erläuterungen. Diese sollten als Anweisungen verstanden werden, wie die Begriffsschrift zu verwenden ist. Die Verwendung der Begriffsschrift ersetzt dann die Erläuterungen. Wenn ihre Verwendung einmal klar ist, das heisst, wenn klar ist, was dadurch geleistet wird, dass ein Satz (oder bei Frege ein Urteil) in Begriffsschrift notiert wird, dann sind die Erläuterungen überflüssig geworden, (vgl. Geach, 1976). Gemäss Geach drücken also die Sätze des *Tractatus* keine Wahrheiten über das Wesen der Sprache oder ihr Bezogensein auf die Wirklichkeit aus. Sie dienen vielmehr dazu, einsichtig zu machen, was mit den verschiedenen begriffsschriftlichen Zeichen ausgerückt wird. Geachs Punkt dabei ist, dass Erläuterungen dieses Ziel erreichen, ohne deshalb sie deshalb gehaltvoll im Sinne von Aussagesätzen sind. Sie vermitteln ein Verständnis nicht dadurch, dass sie eine Wahrheit ausdrücken. Es handelt sich dabei also um sprachliche Äusserungen, die anderer Art ist als Sätzen. Gemäss Frege können die Erläuterungen selbst nicht in Begriffsschrift wiedergegeben werden, wie Geach feststellt (ebenda, S. 58). Erläuterungen sind keine Urteile und nur diese können in Freges Begriffsschrift ausgedrückt werden. Geach weist darauf hin, dass Wittgensteins Unterscheidung von „Sagen“ und „Zeigen“ durch genau diesen Umstand motiviert ist (ebenda, S. 55). Werden Sätze in Begriffsschrift notiert, dann werden die formalen Eigenschaften der Sätze „gezeigt“. Aber wenn man erläutert, was sich mit der Begriffsschrift zeigen lässt, äussert man keine Urteile (so Frege), man bildet keine Sätze und „sagt“ nichts (so Wittgenstein). Bis zu diesem Punkt stimme ich Geach zu und übernehme seine Darstellung.

Geach ist der Ansicht, dass folglich die Erläuterungen unsinnig sind und von Wittgenstein aus diesem Grund am Ende des *Tractatus* so bezeichnet werden (ebenda, S. 68 – 70). Er glaubt also, dass Wittgenstein im *Tractatus* das Label „Unsinn“ für sprachliche Äusserungen braucht, die zwar etwas vermitteln (wie die Begriffsschrift zu gebrauchen ist), aber keine Tat-

[24] Vgl. z.B. Hacker, 2001b; Glock, 2004. Logische Sätze sind Tautologien. Das sind Sätze, die wahr unter jeder Bedingung sind. Gerade deshalb sagen sie nichts, sie sind ohne Satzsinn, also sinnlos.

sachen abbilden oder Sachverhalte darstellen. (Und im Unterschied zu logischen Sätzen auch nicht aus sprachlichen Äusserungen konstruiert sind, die Sachverhalte darstellen.) Der Ansicht von Geach schliesst sich das Lager der resoluten Leser an.[25] Eine korrekte Sicht auf die Sprache und ein vollumfängliches Verständnis dafür, wie die Sprache funktioniert, verlange letztlich die Sätze des *Tractatus* als Unsinn zu erkennen und über sie hinauszusteigen.[26] Diese Ansicht teile ich nicht. Ich behaupte, dass unsinnig und sinnvoll von Wittgenstein nicht als komplementäre Begriffe aufgefasst werden. Oder präziser formuliert, da ja auch Tautologien (logische Sätze) nicht sinnvoll, aber auch nicht unsinnig, sondern sinnlos sind: Es gibt für den *Tractatus* nicht nur die Möglichkeit, Sätze – sinnvolle oder sinnlose – zu bilden. Es gibt daneben noch eine zweite Rede, die nicht unsinnig ist.

Ich denke nicht nur, dass Wittgenstein seine Bemerkungen im *Tractatus* als zulässig erachtet, sondern auch, dass er ihren Status klärt. Erläuterungen legen dar, wie die Begriffsschrift zu verwenden ist. Um die Begriffsschrift lesen zu können und um Sätze darin notieren zu können, muss man verstehen, was charakteristische Merkmale von Sätzen sind. (Z.B. dass darin Name und Begriff, respektive Argument und Funktion immer klar unterschieden ist). Die Erläuterungen weisen auf solche charakteristischen Merkmale hin. Sie leiten uns an, Sätze so zu sehen, dass wir die charakteristischen Merkmale an ihnen erkennen. Nun interpretiert Wittgenstein Variablen als Zeichen, welche die charakteristischen Merkmale der Sätze, die ihre Werte sind, selbst aufweisen. (Sie „zeigen" also diese Merkmale). Sie sind deshalb meines Erachtens als Zeichen zu verstehen, mit denen dieselben Merkmale bezeichnet werden, auf die in den Erläuterungen hingewiesen wird. Variablen sind deshalb die begriffsschriftlichen Zeichen für die Erläuterungen. [27]

Meines Erachtens bietet Wittgenstein damit eine Lösung für Freges Problem an. Für Frege lassen sich nur Urteile, respektive beurteilbare Inhalte, in Begriffsschrift wiedergeben. Für Erläuterungen findet er keinen formalen Ausdruck und er kann auch ihren Bezug zu Urteilen

[25] Diamond beruft sich auf Geach im Aufsatz „Throwing Away the Ladder", der für die resolute Lesart programmatisch ist, vgl. Diamond, 1988.

[26] „What is his view is that that way of talking may be useful or even for a time essential, but it is in the end to be let go of and honestly taken to be real nonsense, plain nonsense, [...]" (Diamond, 1988, S. 7).

[27] Sullivan stellt fest, dass die allgemeinste Satzform eine Variable ist, die alle Sätze beschreibt, aber nicht Bestandteil eines Satzes sein kann. Er fragt, wovon sie denn eine Übersetzung sein könne (vgl. Sullivan, 2004). Ich denke, sie ist als Übersetzung von Erläuterungen aufzufassen.

nicht klären. Wittgenstein dagegen gewinnt über seine Interpretation von Variablen und der Erweiterung der Begriffsschrift um einen zweiten Typ von Variablen die Möglichkeit, auch das Sprechen über die Sprache im Rahmen einer universalistischen Sprachauffassung[28] zu klären. Ein logisches (oder auch mathematisches) Werk besteht nicht nur aus Sätzen und Theoremen. Es beginnt im Allgemeinen damit, dass Grundbegriffe eingeführt werden. (Für Wittgensteins Auffassung der Logik spielt insbesondere die Bestimmung des allgemeinen Grundbegriffs der Logik, des Satzes, eine zentrale Rolle.) Dabei werden die formalen Zeichen dieser Grundbegriffe in der Umgangssprache, beispielsweise auf Deutsch oder Englisch erläutert. Das macht nicht nur Wittgenstein so, sondern auch Russell und, wie bereits erwähnt, Frege. Solche Erläuterungen sind keine Aussagen über die Wirklichkeit. Welchen Status haben diese Erläuterungen? Ich bin der Ansicht, dass Wittgenstein die Erläuterungen selbst als Begriffsbestimmungen auffasst, und nicht erst die formale Definition. Was das formale Zeichen in der logischen Notation ausdrückt, das drücken die Erläuterungen in der Umgangssprache aus. Erläuterungen werden also als formale Definitionen in die Begriffsschrift übersetzt. Sie leisten in der Umgangssprache das, was die formale Definition in der Begriffsschrift leistet. Nur aus der Perspektive der Umgangssprache und ihrer Grammatik betrachtet, haben sie die Form von Aussagesätzen. Aus logischer Perspektive handelt es sich bei ihnen nicht um Sätze, sondern um Variablen. Da gemäss Wittgenstein der Begriff des Satzes durch eine Variable bestimmt ist (vgl. 6), sind auch die Erläuterungen, in denen er im *Tractatus* darlegt, was ein Satz ist, als Variablen-Bildungen aufzufassen. Was gemeinhin unter einer Variable verstanden wird – x, respektive, in Wittgensteins Auffassung fx – ist für Wittgenstein das formale Zeichen einer Variable. Variablen können also in der Umgangssprache ebenso wie in der Begriffsschrift gebildet werden. Der begriffsschriftliche Ausdruck ist das formale Zeichen einer Variablen. Im Unterschied zu Frege, für den Erläuterungen gerade nicht in Begriffsschrift übertragen werden können, weil sie keine Aussagen (keine Urteile) sind, interpretiert Wittgenstein Variablen derart, dass das formale Zeichen einer Variable als äquivalent den Erläuterungen dieses Zeichens gesehen werden kann. Dies ist die Hauptthese meiner Dissertation. (Warum Variablen für Wittgenstein formale Zeichen charakteristischer Merkmale von Sätzen sind, diskutiere ich im Kapitel 3. Wie es zu verstehen ist, dass im *Tractatus* die Bemerkung zu Sätzen Erläuterung charakteristischer Merkmale von Sätzen sind und dass diese Erläuterungen ihren formalen Ausdruck in einer Variable (nämlich dem Zeichen der allgemeinsten Satzform) finden, lege ich in Kapitel 5 dar.)

[28] Eine universalistische Auffassung der Sprache ist von einem metasprachlichen Zugang zur Sprache abzugrenzen, vgl. Kapitel 1.

Die Bemerkungen, die Wittgenstein im *Tractatus* macht, sind also keine Aussagen, das stellen Hacker und Glock wie auch die resoluten Leser richtig fest. Doch daraus folgt nicht, dass sie unsinnig sind. Vielmehr ist im Rahmen von Wittgensteins Logikverständnis ein Reden über die Sprache möglich, das weder metasprachlich ist noch in die Metaphysik-Falle tappt.

Nun sagt aber Wittgenstein selbst, dass seine Sätze als unsinnig erkannt werden müssen.

> 6.54 Meine Sätze erläutern dadurch, dass sie der, welcher mich versteht, am Ende als unsinnig erkennt, wenn er durch sie – auf ihnen – über sie hinausgestiegen ist. (Er muss sozusagen die Leiter wegwerfen, nachdem er auf ihr hinaufgestiegen ist.)
> Er muss diese Sätze überwinden, dann sieht er die Welt richtig.

Sowohl die resolute Lesart als auch die Standard-Lesart gehen davon aus, dass Wittgenstein am Ende des Buches immer noch aus einer logischen Perspektive spricht und seine Sätze so betrachtet unsinnig sind. Darin sind sich die ihre Vertreter einig, strittig ist (unter anderem) die logische Begründung dafür, dass ein Satz unsinnig ist. Um die richtige Interpretation von 6.54 ist in den letzten zwanzig Jahren eine heftige und inzwischen recht verfahrene Debatte geführt worden. Ich mache diese Auseinandersetzung in meiner Arbeit nicht zum Thema.[29]

Nur so viel: Die Annahme, Wittgenstein spreche seinen Bemerkungen zur Sprache die Legitimität ab aus Überlegungen, die sich im Rahmen seiner Logik ergeben, erachte ich als problematisch. Denn ab 6.4 wendet sich Wittgenstein von logischen Problemen ab und dem Rätsel oder den Problemen des Lebens zu (vgl. 6.4312 u. 6.52f.). Solche Probleme verortet er nicht im „Sagbaren“, sondern im „Unsagbaren“ oder „Unaussprechlichen“.[30] Damit hebt er

[29] Den Anfang nahm die Debatte im April 1998 am *Boston Colloquium for the History of Philosohpy of Science*, an dem u.a. Hacker, Pears, Hintikka, Diamond, Dreben und Ricketts teilnahmen. Die FAZ publizierte im Feuilleton einen Artikel über das Ereignis. Vgl. Biletzki, 1998, S. 188–190.

[30] Für meine Interpretation von 6.54 ist also die Feststellung entscheidend, dass Wittgenstein ab 6.4 sich von den logischen Problemen, die ihn bis dahin beschäftigt haben, abwendet und dem „Problem des Lebens“ zuwendet. Dieses betrifft die Ethik und die Religion. Ich vermute, dass Wittgenstein diese beiden Bereiche unterscheidet, obwohl sich im Abschnitt zur Ethik auch Bemerkungen zur Unsterblichkeit der Seele (vgl. 6.4312) finden, und er vom „Höheren“ (vgl. 6.432) redet und auf die Mystik (vgl. 6.44) verweist. Diese Thematisierung religiöser Aspekte im Kontext ethischer Fragestellungen

sie vom Bereich, den die Logik behandelt – die Sprache, alles, was sich sagen lässt – ab.[31] In diesem Punkt schliesse ich mich dem dritten Interpretationsansatz aus Absatz 1 dieses Kapitels an. Ich denke, dass das Unsagbare nicht zur Logik gehört, sondern zur Ethik und insbesondere zur Religion. Im obigen zitierten Satz 6.54 spricht Wittgenstein nämlich über diese Bereiche.[32]

Wie ist dem Problem des Lebens zu begegnen? Nicht dadurch, dass man etwas *sagt*, das macht Wittgenstein in 6.53 klar. Wenn jemand meint, das Problem des Lebens beantworten zu können, dann verwechselt er es mit einer Frage. Und hierin liegt tatsächlich eine Parallele zur Logik. Auch in der Logik stellen sich Probleme, nicht Fragen. In der Logik ebenso wie in der Ethik (und der Ästhetik) gibt es deshalb auch keine Antworten, keine sinnvollen Sätze. Und in der Logik wie in der Ethik begegnet man den Problemen dadurch, dass man sie löst. Wenn ein Mensch stattdessen glaubt, mit den Problemen des Lebens dadurch fertig zu werden, dass er beispielsweise sagen will, worin das Gute oder der Sinn des Lebens besteht, versucht er diese Probleme zu beantworten. *Dieser* Versuch führt in die Metaphysik. (Und nicht der Versuch, über das zu reden, was sich an der Sprache zeigt.) Doch damit wird das Problem des Lebens nicht gelöst, und das führt der Philosoph diesem Menschen mit seiner Methode vor. Er zeigt ihm auf, dass er eine fundamentale Verwechslung macht. Dies geschieht

---

ergibt sich vermutlich, weil für Wittgenstein ethische Überlegungen auf dem Grund einer Einstellung gemacht werden, die er religiös nennt. Doch in 6.5 scheint es mir nicht mehr um ethische Fragen zu gehen, sondern um die Frage des Glaubens: Ob es Gott gibt, wo der Ursprung des Lebens liegt, das sind keine Rätsel (vgl. 6.5). Die skeptische Argumentation gegen die Existenz Gottes verwechselt das Problem des Lebens mit einer wissenschaftlichen Fragestellung (vgl. 6.51ff.). Die Einstellung des Mystikers scheint die richtige religiöse Haltung zu sein (vgl. 6.522).

[31] Diese beiden Begriffe beziehen sich also nicht auf das, was Erläuterungen ausdrücken sollen und was sich an der Sprache zeigt. Zwar spielt auch im Bereich des Unsagbaren das Zeigen eine Rolle. Doch dann geht es meines Erachtens nicht mehr um den sprachlichen Ausdruck (oder genauer: das was sich dann ausdrückt, wenn wir Tatsachen beschreiben oder Sätze der Naturwissenschaft äussern) sondern darum, was das Leben eines Menschen ausdrückt oder was sich demjenigen zeigt, der die Welt als Ganzes schaut (vgl. 6.43, 6.44, 645).

[32] McGuinness und Schulte legen dar, dass Wittgenstein zunächst einen Entwurf zum *Tractatus* ausgearbeitet hat, der sich mit logischen Fragen beschäftigt (sie nennen ihn Proto-Prototractatus). Die Bemerkung 6.54 ist erst in der Überarbeitung dieses Entwurfs zum *Prototractatus* zusammen mit den Bemerkungen zur Ethik dazugekommen (vgl. McGuinness & Schulte, 1989. Ich danke Glock für diesen Hinweis). Zum Begriff des Unsagbaren, vgl. McGuinness' Essay „The unsayable: a genetic account", in McGuinness, 2000, S. 160–174.

dadurch, dass er ihm verdeutlicht, dass einerseits seine Antworten, in denen er das Gute oder den Sinn des Lebens zu bestimmen sucht, unsinnig sind. Andererseits führt er ihm vor, dass ihn keine wahre Aussage, kein Satz aus dem Bereich der Naturwissenschaften, zufrieden stellt.[33]

Keinen sinnvollen Satz empfindet der suchende Mensch als Antwort auf die ethischen Probleme. Doch damit werden die Probleme nicht diskreditiert. Der Philosoph zeigt bloss auf, dass ihre Lösung nicht im Gebiet des Sagbaren liegt. Und darin unterscheidet sich das Problem des Lebens von logischen Problemen.

> 6.52 Wir fühlen, dass selbst, wenn alle *möglichen* wissenschaftlichen Fragen beantwortet sind, unsere Lebensprobleme noch gar nicht berührt sind. Freilich bleibt dann keine Frage mehr; und eben dies ist die Antwort.

Diese Erkenntnis ist für denjenigen, dem sich das Problem des Lebens stellt, zuerst frustrierend. Er hat nach einer Lehre gesucht und bekommt von Wittgenstein vorgeführt, dass die Philosophie keine Lehre ist. Er hat deshalb nicht das Gefühl, dass der er ihn etwas lehrt. Doch ich denke, Wittgenstein ist der Auffassung, dass die Philosophie einen sehr wohl etwas lehrt. Sie ist eine kritische Tätigkeit und wer sie beherrscht, hat gelernt richtig zu unterscheiden. Die Philosophie macht klar, dass derjenige, dem sich das Problem des Lebens stellt, nicht im Bereich des Sagbaren nach einer Lösung dieses Problems suchen soll. Sie macht überdies klar, dass ihn der Bereich des Sagbaren, also der sinnvollen Aussagen gar nicht betrifft. Im *Tractatus* bestimmt Wittgenstein wie Aussagen zu charakterisieren sind und in welchem Verhältnis sie zu logischen Sätzen stehen. Das alles bringt denjenigen, den ein ethisches Problem umtreibt, keinen Schritt weiter. Aus der ethischen Perspektive ist es geradezu absurd, die Lösung des Problems im Bereich des Sagbaren zu suchen, anstatt sich dem praktischen Leben zuzuwenden. Wenn der Andere aus 6.53 Wittgenstein versteht, dann hat er bloss verstanden, wohin er sich nicht wenden soll. Weiter kommt er erst, wenn er den Standpunk der Logik, den Standpunkt innerhalb der Sprache aufgibt und seinen Standpunkt als einen Standpunkt ausserhalb erkennt. Die logischen Probleme, mit denen sich Wittgenstein im *Tractatus* beschäftigt, sind von *diesem* Standpunkt betrachtet blosser Unsinn.

Am Ende des *Tractatus* wendet sich Wittgenstein also von den Tatsachen und der sie abbildenden Sprache – der Gesamtheit der wahren oder falschen Sätze – ab und dem Leben zu. Zunächst dem menschlichen Leben und Zusammenleben in allgemeiner Weise und damit dem

[33] Vgl. Diamond, 2012.

Bereich des Ästhetischen und des Ethischen. Dann aber auch seinem eigenen Leben. Religion beinhaltet das Bekenntnis zum Glauben (oder zu einem Glauben) und betrifft den einzelnen Menschen, das Subjekt. In diesem Sinne ist das, wovon Wittgenstein nicht sprechen kann, aber worüber er schweigen muss (vgl. 7), sein eigenes Leben. Der erste Satz des *Tractatus* – 'Die Welt ist alles was der Fall ist" – und der letzte bilden also eine Klammer um das Buch. Der erste Satz bezeichnet die Welt, in der das Subjekt keinen Platz hat (vgl. 5.631). Der letzte Satz berührt das Subjekt, ohne über es zu reden.

Zur Fragestellung der Arbeit

In meiner Arbeit beschäftige ich mich mit dem Satzbegriff, wie Wittgenstein ihn im *Tractatus* vorstellt, und weise nach, dass bereits in Wittgensteins frühen philosophischen Arbeiten dem Sprachgebrauch eine wichtige Rolle zukommt. Ich habe am Anfang meiner Einleitung erwähnt, dass in Russells *Principia Mathematica* die Frage, was ein Satz sei, offengeblieben ist. Indem ich den Satzbegriff ins Zentrum rücke, will ich auch deutlich machen, welchen Platz der *Tractatus* unter den Werken einnimmt, welche die moderne Logik begründet haben.

Ich will auf zwei Punkte hinweisen, in welchen sich meine Bewertung des Umfangs der genuin logischen Auseinandersetzung von gängigen Interpretationen des *Tractatus* unterscheidet.

Es gibt eine weit verbreitete Auffassung, gemäss der Wittgenstein im *Tractatus* bloss Forderungen an eine noch zu bildende Begriffsschrift stelle, aber diese nicht einführe.[34] Entgegen dieser Auffassung bin ich der Ansicht, dass Wittgenstein seine Version der Begriffsschrift im *Tractatus* darlegt. Er übernimmt Russells Notation und erweitert sie gemäss seinen Vorstellungen. Er macht drei Erweiterungen: Er führt [a, x, O'x] ein: das Zeichen für einen zweiten

[34] Vgl. etwa Landini, 2011, S. 37: „Like Russell before him, Wittgenstein advocates finding a notation [...]. In the *Tractatus,* Wittgenstein does not even attempt to offer a notation which realizes the goal." Goldfarb kritisiert Diamonds Interpretation des *Tractatus* mit der Behauptung, dass Wittgenstein keine Begriffsschrift einführe. Diamond ist der Auffassung, dass gemäss Wittgenstein die Begriffsschrift das Instrument des Philosophen ist, um sprachliche Verwirrungen dadurch aufzulösen, dass er Sätze der Umgangssprache in die Begriffsschrift übersetzt, vgl. Goldfarb 1997. Gemäss Floyd haben Wittgensteins Bemerkungen zur Begriffsschrift den Zweck, den Leser dazu zu bringen, die Idee einer Begriffsschrift als unsinnig zu verwerfen, vgl. Floyd, 2007. In diesem Sinne schreibt sie „ I take every remark in the *Tractatus* about a *correct logical notation (eine richtige Begriffsschrift*) to be an attack on the very notion" (ebenda, S. 126, Anm. 79.).

Typ von Variablen, der für rekursive Definitionen gebraucht wird. (Vgl. dazu Kapitel 3.5.) Er führt N ein: Ein Zeichen für logische Operationen, mit dem die von Frege und Russell verwendeten logischen Junktoren und Quantoren definiert werden können (vgl. dazu Kapitel 5). Schliesslich stipuliert er für die logische Notation schliesslich die Regel, dass verschiedene Zeichen verschiedene Bedeutung haben. Diese Regel macht die Verwendung des Gleichheitszeichens zur Wiedergabe von quantifizierten Sätzen überflüssig (vgl. dazu Kapitel 6). Umgekehrt schliesst er den Urteilsstrich, den Russell und Frege verwenden, von der logischen Notation aus (vgl. 4.442).

Ebenso verbreitet ist die Auffassung, Wittgenstein gebe im *Tractatus* bloss allgemeine Überlegungen zur logischen Analyse aber kein konkretes Beispiel der Analyse eines Satzes.[35] Das ist meines Erachtens nicht korrekt. Wittgenstein gibt ein Beispiel (oder deutet es zumindest an), nämlich in 4.1273 für den Satz „b ist ein Nachfolger von a“. Er ist der Auffassung, dass Frege und Russell Sätze wie diesen nicht richtig analysieren. Deshalb nimmt er eine eigene Analyse vor. Die Formenreihe, die Wittgenstein dort notiert, ist meines Erachtens die Analyse des Satzes. Vermutlich führt Wittgenstein keine weiteren Beispiele an, weil er im Übrigen mit Russel einig in der Analyse von Sätze ist. Das heisst: Er analysiert allgemeine Sätze wie Russell und Frege als quantifizierte Sätze, und Sätze, welche gemäss Frege einen „zusammengesetzten Eigennamen“[36] enthalten, wie Russell als Sätze mit Kennzeichnung.

Wittgenstein beschäftigt sich somit erstens nicht nur mit der Frage, was die Anforderungen an eine logische Notation sind. Vielmehr stellt er eigene Notationen vor und diskutiert ihren Nutzen. Zweitens fordert er nicht nur eine logische Analyse, sondern legt auch dar, wie diese seines Erachtens auszusehen hat. (Weitere Notationen im *Tractatus* sind die Wahrheitstafel-Notation, mit der Wittgenstein den Begriff der Wahrheitsfunktion definiert, vgl. Kapitel 5; eine weitere Notation zum Nachweis von Tautologien, die ich nicht diskutiere, führt er in 6.1203 ein.) Ausgehend von diesen beiden Befunden erläutere ich in meiner Arbeit die logische Notation, die Wittgenstein im *Tractatus* an verschiedenen Stellen anführt. Ich zeige auf, welche Bedeutung sie in Wittgensteins Sprachverständnis hat. Zweitens zeige ich im Fortgang

[35] Vgl. Hacker, 2003, S. 21f.: „[...] the *Tractatus* is not concerned with the application of logic.“ Glock, 1996b, Eintrag „logical analysis”: „Yet, the *Tractatus* itself does not engage in the analysis of specific propositions [...].“ Goldfarb, 1997, S. 72: „[in] the *Tractatus* [there] is silence on what guides analysis, on what it is we are to take into consideration in getting so-called better analyzed forms of our sentence […].“

[36] Vgl. Frege, 1892, 153–155.

meiner Arbeit immer wieder auf, welche Konsequenzen für die logische Analyse sich daraus ergeben.

Was ist ein Satz? Im 6. Satz des *Tractatus* gibt Wittgenstein eine Antwort auf diese Frage. (Respektive: Er gibt die Lösung „des Problems der Logik").

6 Die allgemeine Form der Wahrheitsfunktion ist: $\left[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})\right]$
Dies ist die allgemeine Form des Satzes-

Darauf folgt ein Überblick zur Logik (in der Passage unter 6.1), Mathematik (unter 6.2), Naturwissenschaften (unter 6.3), Ethik und Ästhetik (6.4) und Religion (6.5); ein Überblick, der sich aus der Stellung dieser Bereiche zu „den Sätzen" ergibt, also zum „Sagbaren", welches mit der Definition in (6) bezeichnet ist. [37] In allen diesen Bereichen scheint es auf den ersten Blick Gesetze zu geben: Denkgesetze, Prinzipien der Anschauung von Raum und Zeit, Naturgesetze, Maximen des richtigen Handelns und Gesetze des Schönen und schliesslich das Wort Gottes. Für Wittgenstein ist alle Gesetzmässigkeit im Wesen des Satzes beschlossen, und deshalb verortet er letztlich Notwendigkeit einzig in der Logik: Nur logische Sätze sind notwendig wahr.

Im Unterschied zur „alten Logik", gemäss der die logischen Sätze auf Prinzipien des Denkens beruhen, erklärt Wittgenstein logische Sätze als inhaltsleere, sinnlose Tautologien. Sie ergeben sich aus den Möglichkeiten, die Wahrheitsmöglichkeiten von Aussagesätzen miteinander zu kombinieren. Ich denke, dass die Art und Weise, wie die Wahrheit logischer Sätze erklärt wird, für Wittgenstein das Kriterium dafür ist, ob jemand ein Vertreter der alten oder der neuen Logik ist. Weil auch Frege und Russell die Wahrheit logischer Gesetze mit Denkgesetzen begründen, zählt Wittgenstein sie zu Vertretern der alten Logik, auch wenn die beiden die moderne, mathematische Logik mitbegründet haben. Dass sich Wittgenstein sehr wohl bewusst ist, dass Frege und Russell die moderne Logik mitbegründet haben, wird aus der Auseinandersetzung mit ihnen im *Tractatus* deutlich. Ausserdem verweist er im Vorwort als einzige Quellen sie.

---

[37] Ich denke, Wittgenstein macht die Einteilung der Themen von 6.1–6.4 im Text deutlich. Dass 6.5 wirklich die Religion zum Thema hat, Wittgenstein dies aber verschweigt, muss hier eine blosse Vermutung bleiben. Zum „Unsagbaren", vgl. Brian McGuinness, „The unsayable: a genetic account", in 2002, S. 160–177.

Wittgenstein erklärt also die Wahrheit logischer Sätze damit, dass er sie als Tautologien fasst, die auf bestimmte Weise aus Aussagesätzen gebildet sind. Aussagen können wahr oder falsch sein, je nachdem, ob sie die Wirklichkeit richtig oder falsch beschreiben. Ausgehend von diesen beiden Wahrheitsmöglichkeiten lassen sich aus Sätzen weitere Sätze logisch konstruieren. Die konstruierten Sätze sind dann wahr oder falsch in Abhängigkeit davon, ob die Sätze, aus denen sie konstruiert sind, wahr oder falsch sind. Tautologien sind wahr, unabhängig davon, ob die Sätze, aus denen sie konstruiert sind, wahr oder falsch sind. So lässt sich aus „Max trinkt“ die Tautologie „Max trinkt oder er trinkt nicht“ bilden. Dieser Satz ist aufgrund der Art und Weise, wie er konstruiert ist, wahr, wenn Max trinkt, aber auch dann, wenn er nicht trinkt. Er ist deshalb bedingungslos und in diesem Sinn notwendigerweise wahr (vgl. 4.461). Dagegen würden Vertreter der „alten Logik“ sagen, der Satz sei aufgrund des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten wahr (so zum Beispiel Russell in den *Principia Mathematica*).

Für Wittgenstein gibt es nur eine Art von notwendig wahren Sätzen, eben Tautologien, und entsprechend nur in der Logik echte Gesetzmässigkeiten. Die Mathematik nennt Wittgenstein eine „Methode der Logik“. Vermutlich kann man deshalb auch von mathematischen Gesetzmässigkeiten sprechen. Doch mathematische Gesetzmässigkeiten beruhen gemäss dem *Tractatus* auf Gleichungen. Gleichungen fasst Wittgenstein als Substitutionsregeln für Zeichen auf, nicht als Sätze (vgl. 6.2). Deshalb sind sie auch nicht wahr oder falsch und entsprechend auch nicht notwendigerweise wahr. Doch wie die logischen Sätze, die Tautologien, zeigen die mathematischen Gleichungen „die Logik der Welt“ (vgl. 6.22). Ausserhalb der Logik – und ich denke, das heisst auch ausserhalb der Mathematik – gibt es keine Gesetzmässigkeit. Dort ist alles Zufall (vgl. 6.3). Das Verhältnis von Logik und Mathematik würde eine ausführliche Diskussion verlangen – wie im Übrigen auch das Verhältnis von Logik und den übrigen Bereichen, die unter 6 genannt werden. Diese Problemstellung klammere ich in meiner Arbeit aus. Ich beschränke mich darauf, Wittgensteins Auffassung des Satzes darzulegen.

In 6 also sagt Wittgenstein, dass Sätze im Allgemeinen Wahrheitsfunktionen sind, und gibt eine formale Definition der Wahrheitsfunktion. Diese Definition ist eine Variable, deren Werte alle Sätze sind. Es handelt sich um eine Variable des zweiten Typs, mit der Wittgenstein, wie gesagt, Russells Notation erweitert. Mit dieser Variable werden Sätze rekursiv definiert, das heisst, es wird das Gesetz bestimmt, mit dem jeder Satz gebildet ist. Jeder Satz, also jede sprachliche Äusserung, mit der etwas ausgesagt wird, lässt sich gemäss diesem Gesetz logisch rekonstruieren.

In meiner Arbeit erläutere ich diese Variable. Ich lege dar, um welche Art der Definition es sich dabei handelt, und ich beantworte die Frage, warum mit dieser Definition erklärt wird, was Sätze sind. Dabei verfolge ich zwei Fragestellungen: Erstens erörtere ich, welche Rolle der Sprachgebrauch für die Definition und folglich in der Erklärung des Satzes spielt. Zweitens lege ich dar, welche Rolle diese Erklärung des Satzes für Wittgensteins Auffassung der Logik spielt. Wie bereits angetönt, muss sich für Wittgenstein alles Logische aus einer adäquaten Erklärung des Satzes ergeben. Sätze bestimmt er als Wahrheitsfunktionen und entsprechend kann man diese Logik wahrheitsfunktional nennen.

In Kapitel 1 beschäftige ich mit Wittgensteins Logikverständnis. Meines Erachtens steht Wittgenstein in der Tradition des universalistischen Logikverständnisses von Frege und Russell, insofern auch für Wittgenstein die Logik kein Kalkül ist. Ähnlich wie bei Russel oder Frege stipuliert Wittgenstein nicht, was ein Satz, eine *well formed formula*, ist und was ein gültiger Schluss ist. Ich denke also, dass Wittgensteins Definition des Satzes in 6 nicht als Stipulierung verstanden werden sollte.

Im Unterschied zu Frege und Russell leitet Wittgenstein aber aus dem Begriff des Satzes her, was ein logisch gültiger Schluss ist, und nicht aus Prinzipien des Denkens (Russell) oder logischen Denkgesetzen (Frege). Im Gegensatz zu Russell und Frege steht für Wittgenstein der Begriff des Satzes im Zentrum seiner Logikauffassung. Und im Unterschied zu Frege und Russell ist Wittgenstein der Auffassung, dass sich Grundbegriffe der Logik allgemein definieren lassen. Die Definition des Satzes ist eine rekursive Definition, mit der festgesetzt wird, wie sich Sätze aus Sätzen Schritt für Schritt bilden lassen. Wittgenstein fasst also eine solche rekursive Definition als Definition eines Grundbegriffes auf, und darin besteht meines Erachtens ein zweiter entscheidender Unterschied zu Frege und Russell, welche Rekursion auf grundlegendere logische Begriffe zurückführen.

In Kapitel 2 zur Begriffsschrift lege ich dar, warum der Zeichengebrauch das Kriterium für die Gliederung von Sätzen gemäss ihrer logischen Syntax ist. Eine solche Gliederung ist meines Erachtens der erste Schritt in der logischen Analyse. Dabei wird ein Satz entsprechend seiner logischen Form von Sätzen, die eine andere logische Form haben, unterschieden. Dazu müssen die Zeichen, mit denen Sätze gebildet sind, gemäss ihren „Bezeichnungsweisen“ voneinander unterschieden werden. Im umgangssprachlichen Satz ist die Bezeichnungsweise weder am Zeichen selbst ersichtlich, noch an der schulgrammatischen Kategorie (Subjekt, Prädikat usw.) zu der das Zeichen gehört. Eine Begriffsschrift ist eine logische Notation, in welcher die Zeichen gemäss ihrer Bezeichnungsweise voneinander unterschieden sind.

Wird ein Satz von der Umgangssprache (z.B. dem Deutschen) in die Begriffsschrift übersetzt, dann wird er gemäss seiner logischen Syntax gebildet. Die grundlegenden grammatischen Kategorien einer Begriffsschrift sind nicht Subjekt und Prädikat, sondern Argument und Funktion.

Wittgensteins Definition des Satzes – $\left[\overline{p}, \overline{\xi}, N(\overline{\xi})\right]$ – ist eine Variable. Kapitel 3 ist seiner Auffassung von Variablen gewidmet. Ich lege darin dar, wie Variablen dadurch gebildet werden, dass Sätze verallgemeinert werden. Eine begriffsschriftliche Wiedergabe einer Variable – φx oder [a, x, O'x] – bezeichnet eine solche Verallgemeinerung mit einem Zeichen. Gemäss Wittgenstein gibt es zwei Möglichkeiten, einen Satz zu verallgemeinern: Ein Satz kann erstens zu einer Satzklasse verallgemeinert werden. Das charakteristische Merkmal der Sätze einer Satzklasse besteht darin, dass sie auf gleiche Weise mit demselben Ausdruck gebildet sind. Ein Satz kann zweitens zu einer Formenreihe verallgemeinert werden. Das charakteristische Merkmal der Sätze einer Formenreihe besteht darin, dass sie sich alle ihre Glieder Schritt für Schritt auseinander gemäss demselben formalen Gesetz bilden lassen. φx bezeichnet eine Verallgemeinerung gemäss der ersten Art, [a, x, O'x] bezeichnet eine Verallgemeinerung gemäss der zweiten Art. Meine Diskussion von Wittgensteins Auffassung der Variable verfolgt drei Ziele: Zum einen zeige ich auf, wie Wittgenstein allgemeine Sätze als Sätze analysiert, die Variablen enthalten. Zweitens erläutere ich, um was für ein Zeichen es sich bei der Definition des Satzes handelt (eben um eine Variable des zweiten Typs). Drittens argumentiere ich dafür, dass es gemäss der Sprachauffassung des *Tractatus* neben der Möglichkeit, Sätze zu bilden, auch die Möglichkeit gibt, redend diese Sätze zu verallgemeinern. In einer solchen Rede bezieht man sich auf charakteristische Merkmale, die sich an Sätzen zeigen. Es handelt sich dabei um Erläuterungen der Form von Sätzen oder zur allgemeinsten Satzform. Solche Erläuterungen werden in Begriffsschrift mit Variablen wiedergegeben.

In Kapitel 4 diskutiere ich die Kritik an Frege und Russell, die sich aus Wittgensteins Auffassung von Variablen ergibt. Im ersten Teil gehe ich auf einen Aspekt von Wittgensteins Kritik an Russells Typentheorie ein, dass nämlich Russell die Bezeichnungsweise von Variablen nicht richtig erklärt habe. Im zweiten Teil lege ich die Kritik an Freges und Russels Definition der Anzahl dar, in der gemäss Wittgenstein Operationen mit Funktionen verwechselt werden.

Wittgensteins Definition des Satzes – $\left[\overline{p}, \overline{\xi}, N(\overline{\xi})\right]$ – wird in Kapitel 5 zur allgemeinsten Satzform erläutert.

Kapitel 6 zur Identität behandelt das Problem, wie Sätze, welche dieselbe logische Form haben, voneinander zu unterscheiden sind. Es wird aufgezeigt, dass die logische Analyse erst dann vollständig ist, wenn Symbole nicht nur gemäss ihrer Form, sondern auch gemäss ihrem Inhalt richtig voneinander unterschieden sind. Es wird erläutert, warum die Begriffsschrift einfache Zeichen, Namen, zur Unterscheidung von Sätzen gemäss ihrem Inhalt braucht.

Zum Schluss dieser Einleitung ein Wort zur Methode, mit der ich den *Tractatus* gelesen habe. Ich habe mich bei der Lektüre an der Nummerierung der Bemerkungen orientiert. Wittgenstein hat jedem Satz eine Nummer verliehen. Diese Nummerierung hat Wittgenstein zum einen bei der Komposition des Textes gedient.[38] Zum anderen gliedert sie den Text für den Leser. Wittgenstein schreibt in einer Anmerkung zu 1: „Die Decimalzahlen als Nummern der einzelnen Sätze deuten das logische Gewicht der Sätze an, den Nachdruck, der auf ihnen in meiner Darstellung liegt. Die Sätze n.1, n.2, n.3, etc., sind Bemerkungen zum Satze No. n; die Sätze n.m1, n.m2, etc. Bemerkungen zum Satze No. n.m; und so weiter.“ Wie diese Bemerkung zu verstehen sei, ist nicht ganz klar. Verschiedentlich wird bezweifelt, dass die Nummerierung einem nachvollziehbaren System folgt, da sich wichtige Thesen auch in „Nebensätzen“ mit hoher Zifferzahl nach dem Punkt finden.[39]

Ich fasse Wittgensteins Anmerkung wie folgt auf: Wittgenstein macht *zwei* Bemerkungen zu seiner Verwendung von Nummern: Erstens gibt es sieben Dezimalzahlen[40], die den Sätzen ihr „logisches Gewicht“ geben. Allerdings bleibt unklar, ob dieses mit steigender Dezimalzahl zu- oder abnimmt. Ich nehme aber an, der nummerisch höchste Satz, also Satz 7, sei auch der Wichtigste und entsprechend Satz 1 der unwichtigste. Zweitens fügt er diesen Sätzen Erläuterungen bei, die er durch n.1, n.2 usw. kennzeichnet. Und die Bemerkungen n.m1, n.m2 erläutern wiederum, was mit n.m gesagt ist. Ich deute also die untergeordneten Sätze durchwegs im Kontext der übergeordneten Bemerkungen. Da die übergeordnete Bemerkung „nur“ den Kontext vorgibt, folgt nicht zwingend, dass die beigefügten Erläuterungen, was ihren Gehalt betrifft, ein geringeres Gewicht haben. Ich habe also den Text beim Lesen entsprechend in Abschnitte zerlegt und die Nummerierung also als Gliederung benutzt.

[38] Vgl. Keicher, 2012.

[39] Vgl. Glock, 2006, S. 72f.

[40] Umgangssprachlich wird der Begriff Dezimalzahl bisweilen zur Bezeichnung von Zahlen verwendet, die mit einem Komma gebildet werden. In meiner Interpretation verstehe ich den Begriff in seiner auch in der Mathematik üblichen Bedeutung, nämlich für Zahlen, die im Dezimalsystem ausgedrückt sind (im Unterschied zu römischen Zahlen, beispielsweise).

1. Die Logik des *Tractatus*

In seiner Erklärung von Sätzen verknüpft Wittgenstein den Satzsinn mit den Wahrheitsbedingungen des Satzes. Daraus gewinnt er eine Konzeption logischer Sätze als wahr unter jeder Bedingung und damit sinnlos. Seine Erklärung der logischen Sätze als Tautologien ist für die Entwicklungsgeschichte der Analytischen Philosophie und die Entwicklung der modernen Logik einflussreich. Die Vertreter des Wiener Kreises rechtfertigen mit ihr zum Beispiel logische und mathematische Sätze. Als Empiristen anerkennen sie nur solche Sätze als sinnvoll, deren Wahrheit oder Falschheit nicht unabhängig von der Sinneserfahrung ist. Nun lassen sich aber logische Sätze nicht durch die Sinneserfahrung rechtfertigen. Sollen diese Sätze die empiristische Grundthese nicht widerlegen, so müssen sie also sinnlos sein. Wittgensteins Auffassung von logischen Sätzen als Tautologien ist für die Vertreter des Wiener Kreises deshalb entscheidend, weil sie die von ihnen benötigte Erklärung der logischen Sätze liefert.[41] Ausgehend von Wittgensteins Auffassung der logischen Sätze versucht zum Beispiel Carnap, die mathematischen Sätze ebenfalls als Tautologien zu erweisen, und zwar dadurch, dass er diese im Rahmen eines logizistischen Programms als logische Sätze zu erweisen versucht (vgl. Carnap, 1931).

Auch für die Logik selbst ist Wittgensteins Erklärung der logischen Wahrheit wichtig. Insbesondere ist die Art und Weise, wie die Aussagenlogik heute vielfach präsentiert wird, von Wittgensteinschen Begriffen beeinflusst. So wird dieser Teil der Logik als wahrheitsfunktionale Logik formuliert. Die Aussagenlogik wird dann als dasjenige Teilgebiet der Logik charakterisiert, in dem diejenigen Sätze analysiert werden, deren Wahrheitsbedingungen sich durch Wahrheitstafeln in Abhängigkeit von den Wahrheitsmöglichkeiten ihrer Teilsätze bestimmen lassen. Die Wahrheitstafeln liefern dementsprechend auch ein vollständiges Entscheidungsverfahren für aussagenlogische Formeln (vgl. z.B. Goldfarb, 2003).

Gleichzeitig wird aber auch darauf hingewiesen, dass Wittgensteins Logikverständnis nur für einen eingeschränkten Teil der Logik relevant ist. So weist zum Beispiel Carnap einerseits darauf hin, dass für ihn Wittgensteins Einsicht, dass „die Wahrheit logischer Sätze nur auf ihrer logischen Struktur und die Bedeutung der Ausdrücke gründet“, von grösster Wichtigkeit war (vgl. Carnap, 1993, S. 39). Er macht aber andererseits auch geltend, dass Wittgensteins Definition der Tautologien mittels Wahrheitstafeln bloss für die Aussagenlogik adäquat sei (vgl. Carnap, 1937, S. 44 und S. 101).

[41] Vgl. Ricketts, 2007, S. 200f.

Gemäss einer solchen Einschätzung ist der Beitrag, den der *Tractatus* zur Logik leistet, zwar wichtig, aber dennoch nur für ein Teilgebiet der Logik relevant. Die Einschätzung beruht darauf, dass Wittgensteins Begriff der Wahrheitsfunktion nur für die Aussagenlogik als befriedigend definiert gilt. Es erstaunt daher auch nicht, dass in der Literatur zum *Tractatus* unter dem Stichwort „Logik" die Charakterisierung der logischen Wahrheit als tautologisch hervorgehoben wird. Dabei wird jeweils darauf hingewiesen, dass Wittgenstein mit dieser Charakterisierung mit dem Logikverständnis von Frege und Russell bricht, dem gemäss logische Wahrheiten gerade nicht sinnlose Sätze sind.[42]

Allerdings unterscheidet sich Wittgensteins Auffassung nicht nur in dieser Hinsicht von derjenigen Freges und Russells. Ein wichtiger Punkt wird in der Literatur vielfach übersehen: In der Logik werden nicht nur logische Sätze gebildet, um die Gültigkeit logischer Schlüsse zu begründet, es werden auch logische Zeichen eingeführt. Zwar findet sich in der Literatur der Hinweis, dass Wittgenstein die logischen Grund- oder Urzeichen Freges und Russells[43] nicht als solche anerkennt.[44] Es wird aber nicht beachtet, dass Wittgenstein selbst ein anderes Zeichen als allgemeines Urzeichen der Logik einführt. Ich bin der Auffassung, dass in diesem Zusammenhang ein zweiter fundamentaler Unterschied zu Frege und Russell besteht: Wittgenstein definiert nämlich im Unterschied zu diesen beiden ein allgemeines Urzeichen, die allgemeinste Satzform:

> 5.472 Die Beschreibung der allgemeinsten Satzform ist die Beschreibung des einen und einzigen allgemeinen Urzeichens der Logik. [45]

Um den Bruch mit Frege und Russell in seinem vollen Umfang darzustellen, ist meines Erachtens eine Diskussion dieser unterschiedlichen Auffassung der Definierbarkeit logischer Grundzeichen unerlässlich. Der Beitrag des *Tractatus* zur Logik lässt sich erst dann richtig

---

[42] Vgl. z.B. Hacker, 1986, S. 42–50. Hacker diskutiert eine Reihe weiterer Unterschiede zwischen dem Logikverständnis Wittgensteins und demjenigen Russells und Freges, vgl. S. 28–41. Vgl. auch Ricketts, 1996, S. 59–64.

[43] Russell führt in den *Principia* ~, ∨, () und ∃ als Urzeichen ein und definiert =; vgl. PM, Kap. 1. Frege kennt insgesamt acht Grundzeichen oder „Urnamen", vgl. Frege, 1962 (im Folgenden *Grundgesetze*), §31.

[44] Vgl. z.B. Glock, 1996a, S. 199.

[45] Neben dem Zeichen, das Sätze im Allgemeinen definiert, ist für Wittgenstein auch der Name ein Urzeichen, vgl. 3.26. Namen können Unterschied zu Sätzen nicht logisch definiert werden.

einschätzen, wenn die Frage beantwortet ist, wie und wozu Wittgenstein die allgemeinste Satzform und also Sätze definiert.

In diesem Kapitel beantworte ich die Frage, wozu Wittgenstein den Satz definiert und um was für eine Art von Definition es sich dabei handelt. (Die Definition selbst diskutiere ich in Kapitel 5.) Zuerst beschäftige ich mich mit der unterschiedlichen Art und Weise, wie Frege und Russell einerseits und Wittgenstein andererseits die Grundzeichen einführen. Ich zeige auf, wie dieser Unterschied mit denjenigen Unterschieden zusammenhängt, die sich in den jeweiligen Charakterisierungen der logischen Wahrheit und der logischen Gültigkeit finden.

Frege und Russell führen ihre Grundzeichen ein, um die Grundgesetze, beziehungsweise die „primitive propositions", zu formulieren. Sie gehen dabei davon aus, dass die Grundzeichen zwar eine Bedeutung haben, aber dennoch undefinierbar sind. An die Stelle der Definitionen treten daher bei den Grundzeichen Erläuterungen. Durch diese Erläuterungen der Grundzeichen soll verständlich gemacht werden, welchen Inhalt die Grundgesetze haben. Die Wahrheit eines Grundgesetzes wird dabei von Frege als selbstevident erachtet: Sobald man die Bedeutung der Grundzeichen erfasst hat und das Grundgesetz, das mit ihnen gebildet ist, verstanden hat, anerkennt man auch dessen Wahrheit. Das Grundgesetz ist dann wahr auf Grund eines logischen Gesetzes, das heisst eines allgemeinsten Denkgesetzes, das „überall da vorschreib[t], wie gedacht werden soll, wo überhaupt gedacht wird" (*Grundgesetze*, S. XV).

Auf Grund seiner Entdeckung der Widersprüche im System der *Grundgesetze* misstraut Russell der Idee, dass Evidenz Wahrheit garantiert. So schreibt er in den *Principia Mathematica*: „[Primitive propositions] are obvious to the instructed mind, but then so are many propositions which cannot be quite true, as being disproved by their contradictory consequences" (PM, S. 12). Russell hält stattdessen fest, dass die Richtigkeit eines logischen Systems darin besteht, dass es adäquat ist (also bestimmte Sätze in ihm beweisbar sind) und dass es konsistent ist. Wenn das logische System wahr ist, dann ist es aber auch für Russell wahr aufgrund Prinzipien des Denkens. Wenn ein Fehler auftritt, wertet Russell diesen als Indiz dafür, dass ein solches Prinzip verletzt wurde (vgl. Russell, 1908, S. 225f.).

Frege und Russell gehen beide davon aus, dass die Grundgesetze oder „primitive propositions" gehaltvoll sind. Sie sind nicht nur wahr, sondern sie sind wahr auf Grund der Bedeutung der Zeichen, mit denen sie gebildet sind. Diese Zeichen sind Variablen und logische Konstanten. Dabei erachten Frege und Russel den Bereich der Variablen in entscheidender Weise als unbeschränkt. Für Frege umfasst der Bereich einer Individuenvariablen alle Gegenstände, der Bereich einer Variable für Funktionen von Gegenständen alle diese Funktionen.[46]

[46] Vgl. Goldfarb, 2010, S. 67.

Auch für Russell sind die Werte einer bestimmten Variablen stets alle Entitäten eines bestimmten Typs.[47] Die logischen Grundgesetze unterscheiden sich somit gemäss Frege und Russell nicht dadurch, dass sie von Unterschiedlichem handeln. Sie handeln in einem gewissen Sinne stets von allem.[48] Die Unterschiede im Gehalt der Grundgesetze sind vielmehr durch die Bedeutung der logischen Konstanten bestimmt (vgl. *Grundgesetze* § 32).

Die Grundgesetze haben also für Frege und Russell einen unterschiedlichen Gehalt, der eben durch die Grundzeichen, aus denen sie gebildet sind, bestimmt ist. Entsprechend lässt sich gemäss Russell die Logik auch in Teilgebiete unterteilen. Jedes dieser Teilgebiete umfasst dabei all diejenigen Schlüsse, deren Gültigkeit durch bestimmte Grundgesetze begründet wird. So beruht für Russell die Gültigkeit der Schlüsse der Aussagenlogik auf der Wahrheit der Grundgesetze, die mit den logischen Junktoren formuliert werden, und also auf der Bedeutung der Zeichen „∨“, und „~“ (vgl. PM S. 13). Die Gültigkeit der Schlüsse der Prädikatenlogik erster Stufe beruht für Russell hingegen auf der Bedeutung der logischen Quantoren. Für die Quantoren müssen dabei neue Grundgesetze formuliert werden, mit denen sich zusätzliche Schlüsse als gültig erweisen lassen (vgl. PM S. 20). In diesen Teilgebieten sind die Grundzeichen logische Verknüpfungszeichen, also Zeichen, mit denen sich aus Sätzen neue Sätze bilden lassen. Die Sätze selbst sind mit Variablen gebildet, deren Bereich für Frege alle Gegenstände sind, für Russell alle Entitäten des niedrigsten Typs. Die logischen Gesetze, die sich in diesen Teilgebieten bilden lassen, sind deshalb allgemein wahr, sie gelten von allen Gegenständen (von allen Entitäten des niedrigsten Typs).

Die restlichen beiden Teilgebiete der Logik umfassen gemäss Russell Schlüsse, die gültig sind auf Grund der Bedeutung gewisser Funktionszeichen, mit denen die Sätze gebildet werden. Das erste dieser beiden Teilgebiete umfasst die Schlüsse, die auf Grund von Identität gelten. Für diese Schlüsse führt Russell ein weiteres Zeichen ein, das Gleichheitszeichen „=“. Dieses Zeichen ist das Zeichen einer zweistelligen Funktion, mit ihm lassen sich also logische Sätze bilden, die keine logischen Verknüpfungszeichen enthalten. Allerdings handelt es sich beim Gleichheitszeichen gemäss Russell nicht um ein undefiniertes Grundzeichen.[49] Russell definiert dieses Zeichen und beweist mit dieser Definition auch grundsätzliche Prinzipien der

---

[47] Das System der *Principia* basiert auf der sogenannten verzweigten Typentheorie. Diese Theorie beinhaltet komplizierte Regeln dafür, wie die Werte einer Variablen jeweils beschränkt sind. Auf die Typentheorie gehe ich im Kapitel 4 genauer ein.

[48] Vgl. Goldfarb, a.O.

[49] Hier unterscheidet sich Freges Auffassung von derjenigen von Russell. Frege führt „=“ als undefiniertes Zeichen (*Grundgesetze*, § 7).

Identität (PM S. 22f.). Dennoch gehören diese Schlüsse einem neuen Teilgebiet an, denn die Definition der Identität erfordert höherstufige Quantifikationen und setzt ein weiteres Axiom voraus, das sogenannte „Axiom of Reducibility“ (PM, S. 57).

Das letzte Teilgebiet der Logik umfasst Schlüsse wie „Ludwig der XIII. ist ein Nachfolger von Karl IX. Karl der IX. ist ein Nachfolger von Franz I. Folglich ist Ludwig der XIII. ein Nachfolger von Franz I.“ Solche Schlüsse sind gemäss Russell gültig aufgrund der Eigenschaften der Relation, mit welcher die Prämissen und die Konklusion gebildet sind. Die Gültigkeit beruht (unter anderem) auf der Asymmetrie und Transitivität der Relation „ist ein Nachfolger von“. Sollen solche Schlüsse im Rahmen der Logik als gültig erwiesen werden, so ist wiederum höherstufige Quantifikation vorausgesetzt sowie zusätzliche Grundgesetze. In den *Principia* werden diese Schlüsse letztlich gerade dadurch als gültig erwiesen, dass ein System der Mengenlehre im Rahmen der Quantorenlogik höheren Stufe simuliert wird. Dabei wird unter anderem das sogenannte Unendlichkeitsaxiom vorausgesetzt (vgl. Quine, 1969, S. 241–258).

Doch gemäss der Auffassung von Frege und Russell zerfällt die Logik nicht nur in verschiedene Gebiete, sondern die Grundgesetze, welche die verschiedenen Gebiete bestimmen, haben auch eine ausgezeichnete Funktion. So begründet Frege die logische Gültigkeit von Schlüssen mit den Grundgesetzen, die er in den *Grundgesetzen der Arithmetik* formuliert. Ein Schluss ist also gültig aufgrund eines oder mehrerer Grundgesetze. Um die Gültigkeit nachzuweisen muss der Zusammenhang des Argumentes mit dem Gesetz explizit gemacht werden.[50] Die logischen Gesetze oder logischen Prinzipen vermitteln gemäss Frege und Russell den Übergang von den Prämissen eines Arguments zu dessen Konklusion.

Wittgenstein verwirft die Auffassung, dass Prinzipien des Denkens die Wahrheit der logischen Sätze begründen. Ebenso verwirft er die Auffassung, die Gültigkeit logischer Schlüsse müsse durch logische Sätze begründet werden. Ein Argument ist nicht gültig auf Grund des Gehalts eines logischen Satzes, durch den der Übergang von den Prämissen auf die Konklusion vermittelt wird. Ein gültiger Schluss ist vielmehr gültig auf Grund des Gehalts der Prämissen und der Konklusion selbst. Die Konklusion folgt aus den Prämissen genau dann, wenn der Sinn der Prämissen im Sinn der Konklusion enthalten ist (vgl. 5.122). Dieses Enthaltensein des Sinns lässt sich an der logischen Struktur der Sätze aufzeigen (vgl. 6.122).

Die Anwendung der Logik besteht also für Wittgenstein darin, dass die Gültigkeit eines Argumentes dadurch begründet wird, dass die logische Struktur der Sätze analysiert wird, die das Argument bilden. Damit rückt Wittgenstein den Begriff des Satzes ins Zentrum der Lo-

---

[50] Vgl. Ricketts, 1996, S. 60–61

gik.[51] Alles Logische ergibt sich für ihn aus der richtigen Erklärung des Satzes. Die Voraussetzung, um die Logik anwenden zu können, ist deshalb eine adäquate logische Notation, mit der sich Sätze so wiedergeben lassen, dass ihre logische Struktur oder Form deutlich ist. Damit man die Logik anwenden kann, benötigt man also eine Notation, die der logischen Grammatik gehorcht und in der die Sätze gemäss ihrer logischen Syntax gebildet sind. Erst wenn der Logiker eine solch Notation entwickelt hat, kann er die Logik anwenden.[52] Die logische Notation muss dabei über ein bestimmtes Vokabular verfügen, eben die logischen Grundzeichen, und es müssen Regeln aufgestellt sein, die bestimmen, wie aus diesem Vokabular Satzzeichen gebildet werden. Im Unterschied zum Vokabular der Umgangssprache hat in einer logischen Notation ein Zeichen nur eine einzige Bedeutung, verschiedene Zeichen haben verschiedene Bedeutung und die logisch-syntaktische Kategorie, zu der ein Zeichen gehört, wird durch die Wahl verschiedener Zeichentypen deutlich gemacht (vgl. 3.325, vgl. auch Kapitel 2).

Eine solche logische Notation nennt Wittgenstein eine Begriffsschrift. Die Begriffsschrift ist dadurch einzuführen, dass die logischen Grundzeichen, die Symbole, eingeführt werden. Am Anfang der Logik steht deshalb für Wittgenstein, wie auch für Frege und Russell, die Erläuterung dieser logischen Grundzeichen. Meines Erachtens übernimmt damit Wittgenstein von Frege und Russell einen entscheidenden Aspekt ihres Zugangs zur Logik. Für Wittgenstein gibt es zwei Grundzeichen. Erstens ist der Name ein Urzeichen, und zwar ein undefinierbares (3.26). Das zweite Urzeichen ist das allgemeine logische Urzeichen, die allgemeinste Satzform. Während für Frege und für Russell alle Urzeichen undefinierbar sind, hält Wittgenstein dieses zweite Urzeichen für definierbar. Die Erläuterungen des *Tractatus* erläutern unter anderem die Definition dieses Zeichens.

Die allgemeinste Satzform zeigt auf, wie Sätze im Allgemeinen als Wahrheitsfunktionen aus Elementarsätzen gebildet werden**.** Durch sie wird deutlich gemacht, inwiefern die logische Struktur eines Satzes für die Gültigkeit eines Argumentes, das den Satz enthält, relevant ist. Doch Wittgensteins Zugang zur Logik unterscheidet sich nicht nur darin von demjenigen von Russell und Frege, dass er ein logisches Grundzeichen für definierbar hält. Damit, dass er gerade die allgemeine Satzform, also die Art und Weise, wie im Allgemeinen aus Sätzen Sätze gebildet werden können, für das allgemeine logische Grundzeichen hält, gibt er der Rekursion einen völlig anderen Stellenwert als die beiden Logizisten und damit wählt er in entscheidender Hinsicht einen anderen Zugang zur Logik als diese.

[51] Vgl. Ricketts, 2002, S. 227.

[52] Vgl. Ricketts, 1996, S. 91.

Bevor ich auf den Status der Rekursion in Wittgensteins Logik eingehe, will ich eine Bemerkung dazu machen, dass er eine allgemeine Definition des Satzes gibt. Ich habe dargelegt, dass Russell die Logik in Teilgebiete aufteilt gemäss den Grundgesetzen, die jeweils zur Rechtfertigung der Schlüsse des Gebietes benötigt werden. Diese Unterteilung beruht auf den Urzeichen, die zur Formulierung der jeweiligen Grundgesetze benötigt werden. Ich habe bereits festgestellt, dass für Wittgenstein die Zeichen, die Russells Unterteilung der Logik in verschiedene Gebiete zugrunde liegen, keine Urzeichen sind. Daher lassen sich ausgehend von diesen Zeichen auch nicht verschiedene Gebiete der Logik unterscheiden. Für Wittgenstein kann es gerade keine solch verschiedene Gebiete der Logik geben. Vielmehr stehen alle Teilgebiete der Logik auf Grund der allgemeinsten Satzform in einem intrinsischen Zusammenhang. Alle logischen Schlüsse sollen sich gültig erweisen lassen aus der Struktur der Sätze, aus denen sie gebildet sind. Dabei soll jeder Satz nach denselben Konstruktionsregeln gebildet sein. Diese Regel, das allgemeine Muster, nach dem alle Sätze gebildet sind, gibt Wittgenstein mit der allgemeinen Satzform an.

Gemäss der Logikauffassung Wittgensteins müssen sich deshalb die oben genannten logischen Teilgebiete dadurch als tatsächlich zur einen Logik gehörig erweisen lassen, dass die Prämissen und Konklusionen der Argumente, die sich in ihnen bilden lassen, durch die allgemeinste Satzform beschrieben sind. Die allgemeinste Satzform muss angeben, wie sich diese Sätze aus Elementarsätzen in wahrheitsfunktionaler Weise bilden lassen. Die von Russell so genannten Urzeichen müssen sich dabei als definieren lassen. Wie dabei vorzugehen ist, gibt Wittgenstein in *Tractatus* 5.51-5.54 an.[53]

[53] In 5.51 handelt er die Aussagenlogik ab, in 5.52 die Quantorenlogik. (Wie Wittgenstein die Variablen in quantifizierten Sätzen deutet, diskutiere ich in Kapitel 3.4. Wie sich damit die Satzfunktion als Funktion von Elementarsätzen auffassen lässt diskutiere ich in Kapitel 5.3.) 5.53 handelt von Schlüssen mit Identität. Diese rechnet Wittgenstein nicht zur Logik (vgl. mein Kapitel 6). In 5.4 bespricht er Schlüsse, die dem Anschein nach gültig sind auf Grund der Eigenschaften von Relationen. Frege und Russell brauchen für solche Schüsse höherstufige Quantifikation, bei der Sätze als Argumente Sätze annehmen (respektive propositional functions, vgl. PM 72ff.). Laut Russell müssen dabei intensionale und extensionale Relationen unterschieden
werden. Die Mathematik beschäftigt sich nur mit extensionalen Relationen. Wittgenstein analysiert dagegen solche Sätze als Resultate von Wahrheitsoperationen. Sie sollen damit nach demselben Muster gebildet sein, wie die Sätze der Aussagenlogik und der Quantorenlogik. Die Unterscheidung zwischen intensionalen und extensionalen Relationen ist für ihn damit hinfällig. (Wittgensteins Analyse von Anzahlaussagen und Sätzen mit transitiven Relationen lege ich in Kapitel 4.2. dar. Für eine Inter-

Die allgemeinste Satzform beschreibt nicht nur alle Sätze der verschiedenen logischen Teilgebiete, sondern sie lässt sich, wie gesagt definieren. Diese Definition gibt Wittgenstein in 6, sie lautet wie folgt:

$$\left[\bar{\mathbf{p}}, \bar{\xi}, \mathbf{N}(\bar{\xi})\right]$$

Mit dieser Definition wird das allgemeinste charakteristische Merkmal, das alle Sätze aufweisen, bestimmt. Das Merkmal wird aber nicht explizit definiert, sondern implizit – durch Angabe einer Konstruktionsvorschrift, eines formalen Gesetzes, mit dem sich Sätze aus Sätzen bilden lassen. Zusätzlich wird diese Konstruktionsvorschrift rekursiv bestimmt, das heisst, es wird angegeben, wie sich ausgehend von gegebenen Sätzen durch wiederholte Anwendung einer bestimmten Operation neue Sätze bilden lassen. (Mit dem Zeichen $\left[\bar{\mathbf{p}}, \bar{\xi}, \mathbf{N}(\bar{\xi})\right]$ bestimmt Wittgenstein Sätze als Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen, wobei jede Wahrheitsfunktion aus den Elementarsätzen durch fortgesetzte Anwendung der Operation N erzeugt werden kann. Im Detail erläutere ich das Zeichen in Kapitel 5.)

Dadurch, dass Wittgenstein das allgemeine logische Urzeichen rekursiv definiert, distanziert er sich entscheidend von Frege und Russell. Diese erachten die Rekursion als typisch mathematische Denkweise, die also im Rahmen des logizistischen Programms allererst zu rechtfertigen ist. Wittgensteins Idee, dass sich die Rekursion bei der Definition eines logischen Urzeichens verwenden lässt, steht damit nicht im Einklang mit dem von Frege und Russell entwickelten Programm, das logische Prinzipien als grundlegender erweisen will als mathematische. Für diese Logizisten ist die rekursive Denkweise allererst als eine logische zu erweisen und dies soll letztlich durch die Definition der natürlichen Zahlen und die dadurch erreichte Reduktion der Arithmetik auf die Logik erreicht werden.[54]

Wittgenstein dagegen fasst Logik nicht als grundlegender auf als Arithmetik. Im Gegensatz zu den Logizisten versucht er deshalb nicht, Gleichungen als Sätze zu analysieren und sie aus logischen Sätzen abzuleiten. Doch nicht nur das. Zudem erachtet er Rekursion, die ge-

pretation der Passage unter 5.54 vgl. Diamond, 2012. Diamond diskutiert an Beispielen, wie Sätze als Basis von Operationen in Sätzen vorkommen können.

[54] Wittgensteins Zugang zu den Grundlagen der Logik ist demjenigen analog, der Skolem 1919 für die Grundlagen der Arithmetik entwickelt. Skolem erachtet die rekursive Denkweise als grundlegend und will mittels rekursiver Definitionen eine logische Grundlegung der Arithmetik liefern (vgl. Skolem, 1923, S. 303–305).

mäss den Logizisten erst in der Arithmetik wichtig wird, auch für die Logik als konstitutiv.[55] Gerade deshalb, weil sich *alle* Sätze gemäss ein und demselben formalen Gesetz rekursiv bilden lassen, ist es für Wittgenstein gerechtfertigt, von *dem* Satz, *der* Logik und *der* Sprache zu sprechen. Wittgenstein verwirklicht also den Universalismus, den Frege und Russell in der Formulierung ihrer Logik anstreben, dadurch, dass er mit ihrer logizistischen Grundüberzeugung, Rekursion sei definierbar, bricht.[56]

[55] Im Anschluss an Hintikka argumentiert Marion dafür, dass Wittgenstein mit seinem Neubeginn in der Philosophie 1929 das Verhältnis von Logik und Mathematik dahingehend neu bestimmt, dass er die Mathematik als grundlegender auffasst, als die Logik. Diese Neubestimmung charakterisiere den Bruch mit dem *Tractatus*. Ich denke, diese Charakterisierung übersieht, welch zentrale Stellung die Rekursion bereits im *Tractatus* hat. Vgl. Hintikka 1996, S. 86; Marion, 1998, Kapitel 5 und 2008, S. 113.

[56] Zum Begriff Universalismus vgl. Van Heijenoort, 1967.

2. Die Begriffsschrift

In der Einleitung dieser Arbeit habe ich die Frage angeschnitten, welche Bedeutung der Sprachgebrauch für Wittgensteins Erklärung des Satzes hat. Ich habe dort festgestellt, dass eine umgangssprachliche Äusserung wie „Grün ist grün“ je nach Verwendungskontext einen anderen Sinn haben kann. Nun ist gemäss Wittgenstein der Satz ein Satzzeichen, das einen bestimmten Sinn hat. Der Sprachgebrauch bestimmt also den Sinn der Äusserung und damit auch den Satz, den sie ausdrückt. Daraus folgt, dass die umgangssprachliche Äusserung je nachdem wie sie verwendet wird, ein anderer Satz *ist*. Dementsprechend gibt es zwei Übersetzungen der Äusserung in eine logische Notation. Diese habe ich mit „fa“ und „(x)(fx⊃fx)“ angegeben. Die Übersetzung in die logische Notation macht deutlich, zu welchem Symbol das Satzzeichen gehört. Beim angegebenen Beispiel macht sie deutlich, dass das umgangssprachliche Zeichen je nach Kontext zu einem anderen Symbol gehört. Ich bin dabei davon ausgegangen, dass Wittgenstein einen Subjekt-Prädikatsatz wie Frege als Funktion eines Arguments notiert. Diese Annahme begründe ich im Folgenden. Zudem erläutere ich, warum mit der Wiedergabe in einer logischen Notation bestimmt wird, wie die Zeichen gebraucht werden. Warum resultiert aus der Betrachtung des Sprachgebrauchs eine Übersetzung in die logische Notation? Inwiefern zeigt die logische Notation etwas darüber, wie Zeichen gebraucht werden? Auf diese Fragestellung gehe ich in diesem Kapitel ein.

Eine Vorbemerkung über den Interpretationsansatz, den ich hier verfolge. Eine logische Notation, in der richtig zwischen Symbolen unterschieden wird, nennt Wittgenstein Begriffsschrift. Ich vertrete in diesem Kapitel die These, dass für Wittgenstein genauso wie für Fege die Begriffsschrift ein Instrument ist, um die Unterscheidung zwischen Name und Begriff bzw. zwischen Argument und Funktion deutlich wiederzugeben. Dabei orientiere ich mich an Geachs Charakterisierung der Begriffsschrift. Laut Geach ist diese ein Instrument, um Symbole gemäss den logisch-syntaktischen Kategorien, zu denen sie gehören, zu unterscheiden (vgl. Geach, 1976). Ich vertrete die These, dass Wittgenstein zwei solche Kategorien kennt und wie Frege zwischen Argument und Funktion unterscheidet. Obwohl Wittgenstein in den Beispielen für logische Notationen im *Tractatus* Sätze so wie Frege und Russel durch Funktion und Argument gebildet wiedergibt, wird in einem grossen Teil der Literatur davon ausgegangen, dass Wittgenstein diese Unterscheidung nicht macht (vgl. dazu Anmerkung 65).

Indem ich die Begriffsschrift als Mittel zur richtigen Unterscheidung von Symbolen gemäss ihren logisch-syntaktischer Kategorie auffasse, setze ich mich von einer Auffassung ab, wie sie beispielsweise Hacker und Glock vertreten. Diese verstehen unter einer Zeichensprache, die den Regeln der logischen Syntax gehorcht, eine Zeichensprache, die dazu dient die Formulierung unsinniger Pseudosätze zu vermeiden (vgl. Hacker 1986, S.22; Glock, 1996b, Eintrag „logical syntax“).[57] Im Unterschied zur Umgangssprache, die unsinnige Formulierungen zulässt, ist sie logisch perfekt und könnte diese für gewisse Zwecke ersetzen. In der von mir vertretenen Lesart des *Tractatus* dient die Begriffsschrift dagegen dazu, die logischen Eigenschaften der Umgangssprache aufzuzeigen. Dazu wird der umgangssprachliche Satz in die Begriffsschrift übersetzt. Bei einer Beschäftigung mit der Begriffsschrift muss immer mitgedacht werden, dass diese ein blosses Hilfsmittel ist. Es ist nicht das Ziel, das umgangssprachliche Zeichen zu ersetzen, so dass die Umgangssprache aufgegeben werden könnte zugunsten einer Kommunikation in der Begriffsschrift.[58]

Das Kapitel ist folgendermassen strukturiert: Im ersten Abschnitt liefere ich eine Interpretation der Passage unter 3.32. In ihr unterscheidet Wittgenstein zwischen Zeichen und Sym-

[57] Hacker und Glock verstehen unter den Regeln der logischen Syntax Regeln für die Kombination einfacher Zeichen zu Sätzen. Ich dagegen verstehe darunter Regeln zur Unterscheidung von Zeichen. Laut Hacker soll in der Begriffsschrift die logisch-syntaktische Form eines Zeichens als eines Satzbestandteiles deutlich gemacht werden. Die logische Form eines Zeichens bestimmt, wie es mit anderen Zeichen zu sinnvollen Sätzen kombiniert werden kann. Hacker setzt also die logische Form von Zeichen mit ihren Kombinationsmöglichkeiten mit anderen Zeichen gleich. In einer Notation, welche den Regeln der logischen Syntax gehorcht, können Zeichen nur gemäss ihrer logischen Form miteinander kombiniert werden und bilden immer sinnvolle Sätze (vgl. Hacker, 1999, S. 122f.). Gemäss Glock haben ebenfalls *Bestandteile* von Sätzen eine logische Syntax, gemäss der sie zu Sätzen kombiniert werden können. Die Kombinationsmöglichkeiten ergeben sich aus der logischen Form der Zeichen. Die Art und Weise, wie diese gemäss ihrer Syntax zu einem Satz kombiniert sind, bestimmt wiederum die logische Form des Satzes (vgl. Glock, 2013, S. 256). Vgl. auch Pears, 1987, S. 88: „Once a name has been attached to an object, the nature of the object takes over and controls the logical behaviour of the name, causing it to make sense in some sentential contexts but not in others.“ Dagegen behaupte ich, dass die Begriffsschrift dazu dient, *Sätze*, welche eine unterschiedliche logische Form haben, voneinander zu unterscheiden. Ein Satzzeichen, das gemäss den Regeln der logischen Syntax gebildet ist, ist so gebildet, dass die logische Form des Satzes deutlich ist. Deshalb sind in der Begriffsschrift notierte Sätze gemäss ihrer logischen Form voneinander unterschieden. Warum in einer Zeichensprache, in der Symbole gemäss der logisch-syntaktischen Kategorie, zu der sie gehören, unterschieden sind, auch eine Zeichensprache ist, in der Sätze gemäss ihrer Form voneinander unterschieden ist, lege ich im Laufe dieses Kapitels dar.

[58] Damit schliesse ich aus, dass es überhaupt einen Kontext gibt (einen wissenschaftlichen z.B.), in dem man „in der Begriffsschrift“ reden (oder schreiben) würde.

bolen und fordert eine Begriffsschrift: eine Notation, die der „logischen Grammatik – der logischen Syntax - gehorcht", insofern in ihr Symbole voneinander unterschieden sind (vgl. 3.325). Zunächst erläutere ich, warum die Unterscheidung zwischen Zeichen und Symbol wichtig wird.

Im zweiten Abschnitt lege ich dar, inwiefern Wittgenstein mit der Forderung nach einer solchen Notation an die Konzeption von Freges Begriffsschrift anschliesst. Ich erläutere, wozu Frege die Begriffsschrift entwickelt hat, und argumentiere dafür, dass Wittgenstein eine Notation im Sinne Freges verwenden will. Frege braucht die Begriffsschrift als Notation, in der zwischen Gegenstand und Begriff, d.h. Argument und Funktion, streng unterschieden wird. Ich argumentiere dafür, dass auch für Wittgenstein diese Unterscheidung zentral ist.

Ob ein Zeichen eine Funktion oder ein Argument ist, bestimmt sich durch die logischen Beziehungen des Satzes. Im dritten Abschnitt lege ich dar, dass die logischen Beziehungen eines Satzes dann in den Blick geraten, wenn der Kontext betrachtet wird, in dem das Satzzeichen verwendet wird. Ich lege dar, dass mit einer strikten Anwendung des Kontextprinzips der Sprachgebrauch relevant wird. Und ich zeige auf, dass es mit dem Kontextprinzip möglich wird, umgangssprachlichen Sätzen eine logische Struktur zuzuschreiben, die komplexer ist, als die Satzstruktur, die von der umgangssprachlichen Grammatik vorgegeben ist. Anders gesagt: Mit dem Kontextprinzip wird es möglich, Sätze anders zu zerlegen, als ihre oberflächliche (umgangssprachliche) Struktur es vorgibt. Eine solche logische Analyse kann Sätze, die oberflächlich betrachtet einfach sind, als logisch komplex (also zusammengesetzt) herausstellen.

Das Kontextprinzip besagt, dass nach der Bedeutung eines Wortes nur im Satzzusammenhang gefragt werden darf (Frege), beziehungsweise, dass ein Wort (ein Ausdruck oder ein Name) nur im Satzzusammenhang eine Bedeutung hat (Wittgenstein, vgl. 3.3, 3.314). Ich lege dar, dass es eine schwache und eine starke Lesart des Kontextprinzips gibt und dass die Betrachtung des Zeichengebrauchs für die starke Lesart entscheidend ist. Ich argumentiere dafür, dass Wittgenstein in seiner Fassung der starken Lesart von Russells kontextueller Definition von Kennzeichnungen beeinflusst ist. [59]

---

[59] Ob und wie Zeichen und Symbol voneinander zu unterscheiden und aufeinander zu beziehen sind, hat Wittgenstein über längere Zeit beschäftigt. Kremer gibt einen kurzen Überblick über die verschiedenen Phasen dieser Arbeit und wie sie sich in Wittgensteins Manuskripten vor dem *Tractatus* niederschlagen. Vgl. Kremer 1997, S. 104–106. Er argumentiert dafür, dass Wittgenstein die Unterscheidung von Zeichen und Symbol erst dann auf befriedigende Weise fassen konnte, als er zur Einsicht kam, dass er dem Kontextprinzip eine zentrale Stellung in seiner Erklärung des Satzes geben muss. Gemäss

2. 1. Zeichen und Symbol

„In der Umgangssprache kommt es ungemein häufig vor, dass dasselbe Wort auf verschiedene Art und Weise bezeichnet – also verschiedenen Symbolen angehört –, oder, dass zwei Wörter, die auf verschiedene Art und Weise bezeichnen, äusserlich in der gleichen Weise im Satz angewandt werden [...]“ (3.323). Mit diesem Befund motiviert Wittgenstein die Unterscheidung zwischen Zeichen und Symbol. Zwar ist das Zeichen das, was „sinnlich am Symbol wahrnehmbar ist“ (3.32). Trotzdem ist die Gestalt des Zeichens dem Symbol äusserlich: „Zwei verschiedene Symbole können [...] das Zeichen [...] miteinander gemein haben – sie bezeichnen dann auf verschiedene Art und Weise“ (3.321). Symbole sind nicht unbedingt durch die Gestalt ihrer Zeichen voneinander unterschieden, aber durch ihre *Bezeichnungsweise*. Diese ist dem Symbol wesentlich. Das Zeichen für sich genommen ist dem Symbol äusserlich. Das Zeichen eines Symbols lässt sich nämlich durch ein anderes ersetzen:

> 3.322 Es kann nie das gemeinsame Merkmal zweier Gegenstände anzeigen, dass wir sie mit demselben Zeichen, aber durch zwei verschiedene Bezeichnungsweisen bezeichnen. Denn das Zeichen ist ja willkürlich. Man könnte also auch zwei verschiedene Zeichen wählen, und wo bliebe dann das Gemeinsame in der Bezeichnung?

Betrachtet man nur die äusserliche Gestalt der Symbole, die blossen Zeichen, oder orientiert sich nur an der umgangssprachlichen Grammatik[60] und ihren Kategorien, dann achtet man auf Merkmale, die der Sprache bloss äusserlich sind. Wittgenstein verweist als Beispiel auf das Wort „ist“, mit dem sich deutsche Sätze bilden lassen, deren logische Syntax verschieden ist (3.323). „Max ist Vater“, „Urs ist Herr Marti“, „Anna ist nicht mehr“ haben aus der Perspektive der logischen Grammatik keine Ähnlichkeit.[61] Geht man nach den äusserli-

---

seiner Auffassung kommt Wittgenstein nach der Zusammenstellung des *Prototractatus* dazu, die Rolle des Kontextprinzips zu überdenken. Auch über diese Entwicklung gibt Kremer einen Überblick, vgl. insbesondere S. 89–91, 99–101.

[60] Für das Verhältnis von umgangssprachlicher und logischer Grammatik vgl. Einleitung, Abschnitt 2.

[61] Für die Entwicklung der modernen Logik ist die Unterscheidung der verschiedenen Bedeutungen von „ist“ zentral. Vgl. dazu Ferreiros, 2001. Ferreiros hält fest, dass Peano und Frege drei Bedeutungen unterschieden haben: Identität, Element von und Inklusion (S. 464).

chen Ähnlichkeiten der Zeichen, dann entstehen die fundamentalsten Verwechslungen, so Wittgenstein (3.324).

In der Umgangssprache sind also Zeichen mehrdeutig, weil sie zu verschiedenen Symbolen gehören. Zunächst will ich in diesem Abschnitt darauf eingehen, warum die Unterscheidung von Zeichen und Symbol für Wittgenstein relevant ist.

Manche dieser Mehrdeutigkeiten sind in philosophischen Sinn problematisch, andere nicht. Für die Philosophie problematisch sind Fälle, in denen dasselbe Zeichen zu verschiedenen Symboltypen gehört. Beispiele dafür finden sich in 3.323. Dort lesen wir, dass in „Grün ist grün" dasselbe Zeichen einmal als Personennamen, einmal als Eigenschaftswort vorkommt und deshalb eine unterschiedliche Bezeichnungsweise hat.[62] Es gehört also zu verschiedenen

[62] Somit ist die Bezeichnungsweise des Wortes eine andere, je nachdem ob es als Name oder als Prädikat verwendet wird. Daraus ist meines Erachtens zu schliessen, dass Wittgenstein im *Tractatus zwischen* Namen und Prädikaten unterscheidet. In der Wittgensteinliteratur gibt es eine lange Debatte darüber, ob Wittgenstein im *Tractatus* Eigenschaften zu den einfachen Gegenständen rechnet und ob entsprechend Prädikate von ihm auch als Namen aufgefasst werden. Die Frage scheint sich deshalb zu stellen, weil wir in 4.22 lesen: „Der Elementarsatz besteht aus Namen. Er ist ein Zusammenhang, eine Verkettung, von Namen." Wenn man 4.22 so interpretiert, dass im Elementarsatz nur Namen vorkommen, dann steht man tatsächlich vor der Alternative, dass Prädikate entweder auch Namen sind, oder dass sie keine Symbole sind. (Prädikate werden beispielsweise von Hacker und Glock als Namen aufgefasst, die durch ihre logische Form von Namen für partikuläre unterschieden werden (vgl. Hacker, 1986, S. 68f. Glock, 1996b, Eintrag „elementary proposition"). Beides scheint mir durch 3.23 ausgeschlossen. Meines Erachtens gibt es denn auch die Möglichkeit der folgenden Lesart von 4.22: Prädikate haben nicht die Funktion, Namen zu verbinden, sondern Namen stehen im Elementarsatz in einer direkten Verbindung zueinander. (Im Unterschied dazu stiftet bei Frege das Prädikat die Verbindung zwischen den Namen, die es als Argumente annimmt, vgl. Frege, 1891.) Daraus folgt nicht, dass Prädikate keine Funktion, keine Bezeichnungsweise haben, sondern bloss, dass sie eine andere haben. Die Auffassung, dass Prädikate eine andere Bezeichnungsweise als Namen haben, wird, wie gesagt, durch 3.23 gestützt. Für meine Interpretation stellt sich dann die Frage, welches die Bezeichnungsweise Prädikate haben und was für Symbole sie allenfalls sind. Eine mögliche Antwort gibt Copi. Gemäss ihm werden Prädikate in einer „logisch korrekten Notation" nicht notiert. (Vgl. Copi, 1966, S. 177.) Ishiguro argumentiert dafür, dass sich die Bezeichnungsweise von Prädikaten durch eine bestimmte Schreibweise der Namen ausdrücken lässt, vgl. 1969, S. 41; vgl. auch Ishiguro, 2001, S. 28f. Ich argumentiere dafür, dass Wittgenstein wie Frege Sätze als Funktionen auffasst, wobei das Prädikat der Funktionsausdruck ist. Doch er übernimmt Freges Charakterisierung von Prädikaten als ungesättigte Ausdrücke nicht und damit verwirft er auch Freges Idee, Sätze seien zusammengesetzte Namen.

Symboltypen.[63] Ein Beispiel für einen in philosophischer Hinsicht unproblematischen Bedeutungsunterschied bei gleichem Symboltyp ist etwa „Bank“ in: „An der Badenerstrasse steht eine Bank“.[64] Hier hat „eine Bank“ bloss verschiedene Bedeutung. Die Äusserung wird aber beide Male als Begriffswort benutzt, hat also zweimal dieselbe Bezeichnungsweise.

Im philosophischen Sinne interessant oder problematisch sind also Verwechslungen von Symboltypen. Wittgenstein gibt in der zitierten Passage zwei Gründe dafür, warum Symboltypen verwechselt werden. Einer ist der eben erwähnte Fall, in dem ein und dasselbe Wort (oder Zeichen) zwei verschiedene Bezeichnungsweisen hat. Der zweite Grund besteht darin, dass verschiedene Wörter mit verschiedenen Bezeichnungsweisen „äusserlich“ im Satz gleich angewendet werden (vgl. 3.323). Sie gehören also gemäss den Regeln der umgangssprachlichen Grammatik zu derselben Kategorie, obwohl sie gemäss der logischen Grammatik zu verschiedenen Kategorien gehören.[65]

Ein Paradebeispiel für die zweite Art von Verwechslung ist die Verwendung grammatischer Subjekte als Eigennamen einerseits oder als logische Kennzeichnungen andererseits (dieses Beispiel wird im Abschnitt 2.3 wieder relevant werden). Sätze wie „Max hat eine Glatze“ und „der gegenwärtige König von Frankreich hat eine Glatze“ haben im Deutschen dieselbe syntaktische Form. „Max“ und „der gegenwärtige König von Frankreich“ sind je die Subjekte. Sie werden äusserlich gleich verwendet, heisst: Sie werden zur Bezeichnung eines Gegenstandes verwendet. Die Bezeichnungsweise, die Art und Weise, wie der Gegenstand bezeichnet wird, ist aber je eine andere. Einmal wird er benannt, er wird dadurch bezeichnet, dass er durch das Zeichen „Max“ im Satz vertreten wird. Einmal wird er beschrieben, nämlich als derjenige Gegenstand, auf den zutrifft, dass er gegenwärtig der König von Frankreich ist. Die beiden grammatischen Subjekte haben also eine verschiedene logische Funktion.

---

[63] Wittgenstein braucht den Begriff Symbol meistens für den Symboltyp. In „fa“ und „fb“ gehören „a“ und „b“ zum selben Symboltypen: Beide Zeichen werden gebraucht, um einen Gegenstand zu vertreten, sie haben also dieselbe Bezeichnungsweise. Es handelt sich aber nicht um dasselbe Symbol, wenn a und b verschiedene Gegenstände sind. Auf die Frage, wie solche „gewöhnliche“ Mehrdeutigkeiten von Namen aufgedeckt werden, komme ich im letzten Kapitel zurück.

[64] Vgl. Conant, 2001, S. 28.

[65] In der Literatur unterscheidet man bisweilen entsprechend zwischen der umgangssprachlichen Oberflächen- und der logischen Tiefengrammatik. Diese beiden Begriffe hat Wittgenstein in den *Philosophischen Untersuchungen* geprägt, vgl. PU§ 664.

Um die besprochenen Mehrdeutigkeiten auszuschalten, fordert Wittgenstein nun also eine Begriffsschrift: Eine Zeichensprache oder Notation, die der logischen Grammatik oder der logischen Syntax gehorcht:

> 3.325 Um diesen Irrtümern zu entgehen, müssen wir eine Zeichensprache verwenden, welche sie ausschliesst, indem sie nicht das gleiche Zeichen in verschiedenen Symbolen, und Zeichen, welche auf verschiedene Art bezeichnen, nicht äusserlich auf die gleiche Art verwenden. Eine Zeichensprache also, die der *logischen* Grammatik – der logischen Syntax – gehorcht. (Die Begriffsschrift Freges und Russells ist eine solche Sprache, die allerdings noch nicht alle Fehler ausschliesst.)

Eine Begriffsschrift muss gemäss dieser Bemerkung zwei Bedingungen erfüllen: Verschiedene Symbole werden erstens immer mit verschiedenen Zeichen ausgedrückt. D.h. ein und dasselbe Zeichen hat in der Begriffsschrift immer nur eine Bezeichnungsweise. Zweitens werden Zeichen für verschiedene Symboltypen auch „äusserlich“ verschieden angewendet. Das heisst, Zeichen mit gleicher Anwendung gehören zum selben Symboltypen.[66]

Wittgenstein hat mit seiner Forderung nach einer Begriffsschrift eine logische Notation im Auge, wie sie Frege und Russell bereits kennen. Zugleich kritisiert er deren Notationen, weil auch in ihnen gewisse für die Logik relevante Unterschiede nicht gemacht werde. Auch Frege und Russell verwechseln gemäss Wittgenstein also immer noch Symbole. Im *Tractatus* beschäftigt er sich an mehreren Stellen mit fundamentalen Verwechslungen zwischen Symbolen, wegen denen sich Frege und Russell gemäss seiner Auffassung in philosophischen Irrtümern verstricken.[67] So erfährt die Leserin, dass bei Philosophen die Verwechslung zwischen internen und externen Relationen verbreitet sei und damit diejenige zwischen formalen und eigentlichen Begriffen (vgl. 4.122 und 4.126.). Wittgenstein warnt auch davor, dass Operatio-

---

[66] Im Unterschied zu Russell und Frege stipuliert Wittgenstein zudem die Regel, dass verschiedene Zeichen umgekehrt nicht dieselbe Bedeutung haben. Er zeigt auf, dass mit dieser Regel die Verwendung des Gleichheitszeichens überflüssig wird. Oder anders gesagt: Das Gleichheitszeichen leistet dasselbe wie diese Regel (vgl. Kapitel 6).

[67] Kremer erörtert in seinem Aufsatz „Russell’s Merit“ einige solcher Verwechslungen. Vgl. Kremer, 2012.

nen nicht Funktionen nicht verwechselt werden dürfen (vgl. 5.25).[68] (Auf die Verwechslung zwischen formalen und eigentlichen Begriffen komme ich in Kapitel 3.2 zurück.) Er wirft Frege vor, in seiner Bedeutungstheorie das Argument einer Funktion mit dem Index eines Namens verwechselt zu haben (vgl. 5.02).[69]

Symbole richtig zu bestimmen und Irrtümer aufzuklären, die durch die Verwechslung von Symbolen entstehen, das ist laut Wittgenstein die Aufgabe der Philosophie. „Alle Philosophie ist Sprachkritik [...]“ (4.0031). Eine Kritik der Sprache im Sinne Wittgensteins hat nicht das Ziel, die Fehler der Umgangssprache zu entdecken und die Alltagsprache durch eine ideale Sprache zu ersetzen, die logisch fehlerfrei ist. Die Philosophie ist vielmehr kritisch, insofern sie Symbole richtig unterscheidet und so Sätze und damit auch die von den Sätzen ausgedrückten Gedanken klärt (vgl. 4.112). [70]

Die Begriffsschrift wird von Wittgenstein als ein philosophisches Instrument aufgefasst. Mit ihm kann Klarheit geschaffen werden in Fällen, wo philosophische Probleme darauf beruhen, dass jemand die „Sprachlogik“ nicht verstanden hat (vgl. 4.003). Aber die Begriffsschrift ist auch noch etwas anderes, nämlich ein Instrument der Logik: Sie dient dazu, logische Schlüsse formal wiederzugeben (vgl. 6.122). Sie hat also eine Doppelrolle. (Darauf, wie sie für die Logik nützlich ist, gehe ich im nächsten Abschnitt dieses Kapitels ein.)

---

[68] Für Wittgensteins Interpretation logischer Junktoren als Opratoren, vgl. Ricketts, 2002. Ricketts hält fest: „In particular, Wittgenstein, sharply distinguishes the role in sentences of genuine predicates from the role of logical connectives like ‚~‘, and ‚⊃‘. This distinction in roles lies at the heart of Wittgenstein’s critique of Frege and Russell […]“ (S. 227).

[69] Gemäss Frege sind Sätze entweder Namen des Wahren oder des Falschen (vorausgesetzt sie haben einen Wahrheitswert). Laut Wittgenstein haben Namen nur eine Bezeichnungsweise: Sie vertreten. Wenn man Sätze als Namen auffasst, dann vertreten alle wahren Sätze das Wahre und unterscheiden sich nur als Zeichen voneinander, nicht als Symbole: Es sind unterschiedliche Namen des Wahren. Deshalb verwechsle Frege Argumente mit Indizes. Das, was Frege im Satz Argument nennt, dient in Wittgensteins Lesart von Frege bloss dazu, einen Namen vom andern zu unterscheiden (z.B. „Obama ist Präsident“, „Hollande ist Präsident“), und ist deshalb ein Index.

[70] Zur Sprachkritik gehört schliesslich auch die Unterscheidung zwischen Äusserungen, in denen Wörter im Sinne des *Tractatus* überhaupt gebraucht werden – mit denen der Sprecher also einen Sinn ausdrückt, d.i. Wahrheitsbedingungen ausdrückt, Aussagesätze bildet – und Äusserungen, in denen Wörter in diesem Sinne nicht gebraucht werden, die also unsinnig sind, vgl. 3.328 und 6.53. Vgl. dazu auch Kapitel 3.1

Wittgenstein ist nicht der erste, der ihr diese Doppelrolle gibt. Frege entwickelt die Begriffsschrift zuerst als Instrument für die Logik. Er weist aber darauf hin, dass sie auch für die Philosophie nützlich ist. In der Begriffsschrift kommt „der begriffliche Inhalt“ der Zeichen klar zum Ausdruck. (In Wittgensteins Begrifflichkeit heisst das: Sie macht kenntlich, zu welchem Symbol ein Zeichen gehört.) Das kann auch in der Philosophie von Nutzen sein: „Wenn es eine Aufgabe der Philosophie ist, die Herrschaft des Wortes über den menschlichen Geist zu brechen, indem sie die Täuschungen aufdeckt, die durch den Sprachgebrauch über die Beziehungen der Begriffe oft fast unvermeidlich entstehen, in dem sie den Gedanken von demjenigen befreit, womit ihn allein die Beschaffenheit des sprachlichen Ausdrucksmittels behaftet, so wird meine Begriffsschrift, für diese Zwecke weiter ausgebildet, den Philosophen ein brauchbares Werkzeug werden können“ (Frege 1879, im Folgenden *Begriffsschrift*, S. VI f.).

Auch für Russell ist eine logische Notation ein Instrument, das zur Klärung der Umgangssprache dienen kann. Er weist darauf hin, dass in der Umgangssprache unklar ist, welche logischen Implikationen Sätze haben, und deshalb auch unklar ist, welche Bedeutung die in ihnen enthaltenen Wörter haben. Die logische Notation und die Definitionen, die in ihr gemacht werden, sollen solche Unklarheiten ausschliessen (vgl. PM, S. 69–71).[71]

Wittgenstein stellt sich also mit seiner Forderung, dass Philosophie Sprachkritik sein soll, und seiner Auffassung, dass die Begriffsschrift ihr die Mittel zu dieser Kritik liefert, in die Tradition Freges und Russells (vgl. 4.0031).

Im Unterschied zu den beiden fasst Wittgenstein die Umgangssprachen aber nicht als fehlerhaft auf.[72] Frege ist der Ansicht, dass manche umgangssprachlichen Eigennamen keine Bedeutung haben. Sätze, die mit solchen Namen gebildet sind, haben dann keinen Wahrheitswert. In der Logik müssen solche Sätze ausgeschlossen werden. Sätze, die als Prämissen in logischen Argumenten auftreten können, müssen einen Wahrheitswert haben (respektive bei Frege wahr sein). Deshalb sind auch vage Begriffe für Frege und Russell problematisch.[73] Eine logische Notation, in der durch Stipulation solche Mängel ausgeschlossen sind, ist deshalb eine Verbesserung der Umgangssprache.

---

[71] Laut Kremer ist für Wittgenstein Russell exemplarisch darin, wie er philosophische Irrtümer dadurch aufdeckt, dass er die verwirrenden Sätze in logischer (begriffsschriftlicher) Notation wiedergibt. Vgl. Kremer, 2012.

[72] Vgl. Glock, 2006, S. 77.

[73] Vgl. Frege, 1892.

Für Wittgenstein unterscheidet sich dagegen die Umgangssprache durch ihre Komplexität von einer logischen Notation. Die „stillschweigenden Abmachungen", die für ihren Gebrauch gelten, sind „enorm kompliziert". Und deshalb ist es „menschenunmöglich die Sprachlogik aus ihr unmittelbar zu entnehmen" (vgl. 4.002). Durch das Übersetzen in die Begriffsschrift wird die Sprachlogik der Umgangssprache deutlich gemacht. Ist ein Satz in der Umgangssprache ausgedrückt, dann ist seine logische Struktur verhüllt. „Die Sprache verkleidet den Gedanken. Und zwar so, dass man nach der äusseren Form des Kleides nicht auf die Form des bekleideten Gedankens schliessen kann; weil die äussere Form des Kleides nach ganz anderen Zwecken gebildet ist, als danach, die Form des Körpers erkennen zu lassen" (4.002). Wird ein Satz in Begriffsschrift wiedergegeben, ist seine logische Struktur klar. Für die Klärung ist es wesentlich, dass kenntlich wird, in welchem Bezug das umgangssprachliche Satzzeichen zum begriffsschriftlichen steht. Dass ein umgangssprachliches Zeichen *so* in Begriffsschrift wiedergegeben wird, oder durch *diese Definition* zerlegt wird, zeigt seine Bezeichnungsweise auf. Für Wittgensteins Auffassung der Sprache und der Begriffsschrift ist es zentral, dass er die Umgangssprache als eine Möglichkeit unter anderen auffasst, Sätze auszudrücken. Sie ist eine Sprachform, die Begriffsschrift ist eine andere Sprachform. Deshalb kann das Übertragen eines Satzes in die Begriffsschrift als Übersetzung verstanden werden.

Die Unterscheidung zwischen Zeichen und Symbol erlaubt es Wittgenstein zum einen, die Umgangssprache als in logischer Hinsicht einwandfrei aufzufassen (vgl. 5.563). Zum anderen kann er „philosophische Irrtümer" und Probleme trotzdem als in der Sprache verwurzelt verstehen. Sie resultieren aus einer oberflächlichen Betrachtung der Sprache, die übersieht, dass ein und dasselbe Zeichen auf verschiedene Weise gebraucht werden kann. Sie betrachtet die Satzzeichen isoliert und übersieht, dass sich ihr Sinn – die Sätze, die sie je ausdrücken – sich erst in einem Verwendungskontext bestimmt. Unter einem Verwendungskontext verstehe ich die Möglichkeit, einen Satz zu explizieren, auszuführen, was er beinhaltet oder was in Widerspruch zu ihm steht.[74] Der Verwendungskontext macht deutlich, auf welche Wahrheitsbedingungen jemand sich mit einer bestimmten Äusserung festlegt hat. Sie macht dabei auch deutlich, welche Konventionen der Zeichenverwendung es in der Umgangssprache gibt. Erst wenn man den Sprachgebrauch betrachtet, erkennt man diejenigen Gemeinsamkeiten und Unterschiede, die ausschlaggebend dafür sind, was für ein Gedanken mit einem Satzzeichen ausgedrückt wird. Um zu erkennen, wie wir Gedanken in der Sprache ausdrücken, müssen wir betrachten, wie wir Zeichen gebrauchen.

[74] In Abschnitt 2.3 weise ich nach, dass meine Rede vom Verwendungskontext exegetisch berechtigt ist.

3.326 Um das Symbol am Zeichen zu erkennen, muss man auf den sinnvollen Gebrauch achten.

3.327 Das Zeichen bestimmt erst mit seiner logisch-syntaktischen Verwendung zusammen eine logische Form.

Für meine Interpretation des *Tractatus* sind diese zwei Bemerkungen zentral.[75] Wenn Wittgenstein von Symbolen redet, dann redet er von Zeichen, denen ein bestimmter Gebrauch gegeben wurde. Dabei hat er in 3.327 den Gebrauch als logisch-syntaktische Verwendung gefasst. Die logisch-syntaktische Verwendung fixiert die „Bezeichnungsweise" eines Zeichens und legt so fest, was für ein Symbol es ist (zu welchem Symbol es „gehört). Wird ein Satzzeichen aus der Umgangssprache in die Begriffsschrift übersetzt, wird dadurch deutlich gemacht, wie die umgangssprachlichen Zeichen gebraucht werden um einen bestimmten Satz zu bilden (Sinn oder Gedanken auszudrücken). Dabei ist in Begriffsschrift der Satz gemäss seiner logischen Syntax notiert (vgl. 3.325). D.h. die begriffsschriftlichen Zeichen machen deutlich, zu welchen logisch-syntaktischen Kategorien sie gehören. Sie machen aber auch deutlich, welche Bezeichnungsweise sie haben (ebenda). Die logisch-syntaktischen Kategorien der Zeichen unterscheiden sich also durch die Bezeichnungsweise.

Hier stellen sich zwei Fragen: Was ist mit Bezeichnungsweise gemeint und warum bestimmt die Bezeichnungsweise, zu welchem Symbol ein Zeichen gehört? Und warum ist dadurch, dass das Satzzeichen gemäss seiner logischen Syntax notiert wird, deutlich gemacht, zu welchem Symbol das Zeichen gehört?

Die Antwort auf die erste Frage ist ziemlich komplex. Um sie zu geben, untersuche ich, wie sich Wittgenstein in seiner Auffassung der Begriffsschrift an Frege und an Russell orien-

[75] Zentral für meinen Ansatz ist, dass ich den Zeichengebrauch mit dem Verwendungskontext des Zeichens in Zusammenhang bringe, wobei ich unter Verwendungskontext mögliche Explikationen des Satzes, der mit dem Zeichen gebildet wird, meine. Der Gebrauch bestimmt die logischen Beziehungen des Satzzeichens und diese werden durch Explikation evident gemacht. Mein Ansatz ist umfassender als derjenige Ishiguros, die den Sprachgebrauch im Zusammenhang mit Namen untersucht. Sie legt dar, dass auf einen Gegenstand genau dann referiert wird, wenn ein Name gebraucht wird, dass sich also Referenz darin erschöpft vgl. Ishiguro 1969. Auch McGuinness thematisiert im Zusammenhang mit dem Sprachgebrauch in erster Linie Referenz, vgl. „The supposed Realism of the *Tractatus*" in McGuinness 2002.

tiert. Wittgenstein unterscheidet bei der Bezeichnungsweise einmal Vertreten von Beschreiben (vgl. 3.144 und 3.22) und orientiert sich darin meines Erachtens an Frege. Das lege ich im zweiten Teil des Kapitels dar. Dann unterscheidet er aber auch definierte Zeichen von undefinierten Zeichen (vgl. 3.261) und *darin* orientiert er sich an Russell, wie ich im dritten Teil des Kapitels erläutere.

Die Antwort auf die zweite Frage ergibt sich, wenn wir daran denken, dass gemäss Wittgenstein der Satz Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen ist und er der Ansicht ist, dass das dann deutlich gemacht wird, wenn Sätze als Wahrheitsfunktionen notiert werden. Ich formuliere hier eine erste Fassung einer Antwort, die noch ziemlich abstrakt ist. Ich hoffe sie im Verlaufe meiner Arbeit begreiflicher zu machen. In der Einleitung habe ich dargelegt, dass mit der Betrachtung des Sprachgebrauchs der Verwendungskontext des Zeichens in den Blick gerät. Erst im Zusammenhang mit anderen Sätzen wird der Sinn eines Satzes explizit gemacht. Es wird explizit, worauf sich jemand mit der Äusserung eines bestimmten Satzzeichens festgelegt hat und worauf nicht: Die Wahrheitsbedingungen des Satzes werden expliziert. In der Begriffsschrift wird der Satz als Wahrheitsfunktion bestimmter Elementarsätze notiert. Es wird dann angegeben, wie seine Wahrheit und Falschheit von der Wahrheit und Falschheit dieser Elementarsätze abhängt. Deshalb macht die Übersetzung in Begriffsschrift deutlich, wie der Satz seine Wahrheitsbedingungen ausdrückt. Nun wird der Satz dadurch, dass er in Begriffsschrift notiert wird, gemäss seiner logischen Syntax notiert. Wenn also der Satz gemäss seiner logischen Syntax notiert ist, dann ist deutlich gemacht, wie er seine Wahrheitsbedingungen ausdrückt. Das heisst, dass die verschiedenen Typen von Wahrheitsfunktionen, die Wittgenstein unter 5.5 bespricht – 5.51 (Sätze, die mit logischen Junktoren gebildet sind), 5.52 (Sätze der Quantorenlogik) und 5.54 (Sätze, die scheinbar Sätze als Argumente haben) und 5.55 (Elementarsätze) – dass alle diese Typen von Sätzen sich dadurch unterscheiden, dass sie je andere Symboltypen enthalten (Zeichen mit je eigener Bezeichnungsweise enthalten) und deshalb je eine andere logische Syntax haben. (Wittgenstein sagt auch, dass sie eine andere logische Form haben.) Wie bei diesen vier Typen von Wahrheitsfunktionen die Wahrheitsbedingungen ausgedrückt werden, erläutere ich in Kapitel 5. An dieser Stelle genügt es, sich zu merken, dass der Satz dann gemäss seiner logischen Syntax oder gemäss seiner logischen Form notiert ist, wenn er als Wahrheitsfunktion notiert ist. Das begriffsschriftliche Zeichen macht dann den Zeichengebrauch deutlich. Das heisst, es macht das deutlich, was bei der Betrachtung der Umgangssprache der Verwendungskontext aufgezeigt hat, nämlich auf welche Wahrheitsbedingung sich jemand mit dem Äussern dieses Satzes festgelegt hat.

2.2. Frege zur Begriffsschrift

2. 2. 1. Zweck der Begriffsschrift

Die Begriffsschrift ist für Frege zuerst einmal ein Instrument, mit dem eine Schlusskette lückenlos wiedergegeben werden kann. Die Umgangssprache ist dazu nicht geeignet, weil sie zu ungenau[76] ist: „[Die Begriffsschrift] soll dazu dienen, die Bündigkeit einer Schlusskette auf die sicherste Weise zu prüfen und jede Voraussetzung, die sich unbemerkt einschleichen will, anzuzeigen, damit letztere auf ihren Ursprung untersucht werden könne. Deshalb ist auf den Ausdruck alles dessen verzichtet worden, was für die *Schlussfolge* ohne Bedeutung ist." Die Begriffsschrift gibt also genau das wieder, was für das logische Schliessen relevant ist. „Alles, was für die richtige Schlussfolge nöthig ist, wird voll ausgedrückt; was aber nicht nöthig ist, wird meistens auch nicht angedeutet; *nichts wird dem Errathen überlassen*" (*Begriffsschrift* §3, S. 3). Das, was am Satz für das logische Schliessen relevant ist, nennt Frege den „begrifflichen Inhalt"[77] (*Begriffsschrift,* S. IV).

Die Begriffsschrift wird von Frege als ein wissenschaftliches Instrument aufgefasst, das er für die Grundlegung der Arithmetik (und damit der Differential- und Integralrechnung) ersonnen hat.[78] Mit ihrer Hilfe sollen sich die arithmetischen Axiome dadurch als logische erweisen lassen, dass sie aus logischen Grundgesetzen abgeleitet werden.[79] Mit einer solchen

[76] In der *Begriffsschrift* vergleicht Frege die Umgangssprache mit dem Auge, die Begriffsschrift mit einem Mikroskop. Wie dieses ist sie für ganz bestimmte, wissenschaftliche Zwecke dem Auge überlegen, aber deshalb nicht in jeder Hinsicht besser (vgl. *Begriffsschrift* S. V).

[77] In der *Begriffsschrift* verwendet Frege den Begriff „Sinn" noch nicht. Zu seinem Verständnis von begrifflichem Inhalt und ob und inwiefern er mit der späteren Verwendung von „Sinn" an dieses anschliesst vgl. Künne, 2010, S. 178, insbesondere Anm. 32, S. 452, Anm. 168 und S. 647. Vgl. auch die detaillierte Studie von Kremer, 2010.

[78] Wie er im Vorwort der *Begriffsschrift* sagt, hält Frege die Begriffsschrift auch für andere wissenschaftlichen Disziplinen als nützlich. Sie kann überall dort zum Einsatz kommen, wo Beweise lückenlos geführt werden sollen.

[79] Dazu will Frege den Zahlbegriff rein logisch definieren. Denn entweder ist der Zahlbegriff ein Grundbegriff der Arithmetik und also undefinierbar, dann lassen sich aber die arithmetischen Axiome nicht beweisen. Oder er lässt sich definieren und also auf andere Begriffe zurückführen (vgl. Frege, *Grundlagen*, §4). Die Definition setzt voraus, dass der Begriff der Anordnung in einer Reihe auf die logische Folge zurückgeführt worden ist, wie Frege im Vorwort der *Begriffsschrift* schreibt (S. IV). Damit deutet er an, dass die in der Arithmetik gebräuchliche Schlussweise der vollständigen Indukti-

Ableitung soll gezeigt werden, dass arithmetische Gleichungen analytische und nicht synthetische Urteile sind und also nicht auf der Anschauung beruhen.[80] Die Begriffsschrift soll garantieren, dass diese Ableitung lückenlos ist und sich in ihr nicht etwa unbemerkt Prämissen einschleichen.[81] Wenn die Ableitung gelingt, ist gezeigt, dass die Gesetze der Arithmetik, wie alle Gesetze der Logik, alles Denkbare bestimmen. Es ist gezeigt, dass nicht entgegen diesen Gesetzen gedacht werden kann (vgl. Frege, 1884, im Folgenden *Grundlagen* §14).

Frege hebt eine Eigenart der Begriffsschrift besonders hervor, nämlich die, dass in ihr die grammatische Unterscheidung zwischen Prädikat und Subjekt hinfällig wird. Sie ist für die logische Folgerung nicht relevant (*Begriffsschrift*, S. 2f.).[82] Stattdessen muss eine andere Unterscheidung in ihr konsequent gemacht werden, nämlich diejenige zwischen Funktion und Argument. Dabei deutet Frege Begriffe als Funktionen. Gegenstände, von denen die Begriffe ausgesagt werden, deutet er als Argumente der entsprechenden Funktionen. So lässt sich zum Beispiel in einer singulären Aussage wie „Sokrates ist sterblich" das Argument Sokrates vom Ausdruck der Funktion „_ ist sterblich" unterscheiden, wobei erstes den Gegenstand, über den die Aussage gemacht wird, bezeichnet. Zweites bezeichnet den Begriff, der von dem Gegenstand ausgesagt wird.

Nun gibt die Begriffsschrift nur das für die logische Folgerung Relevante wieder. Folglich ist die Unterscheidung zwischen Funktion und Argument und die entsprechende Zerlegung des Satzes für die Logik von Belang. Diese Zerlegung macht deutlich, wie die Satzbestandteile die logischen Beziehungen des Satzes bestimmen.[83] Warum ist die Zerlegung des Satzes in

---

on, in der von n auf n+1 geschlossen wird, sich als logische Schlussweise erweisen lassen muss (vgl. „Formale Theorien der Arithmetik", in Kleine Schriften, S. 104.)

[80] Dadurch unterscheidet sich die Arithmetik von der euklidischen Geometrie, die zwar gemäss Frege auch a priori ist, aber auf der Anschauung des Raumes beruht und über entsprechende Grundbegriffe verfügt, in denen die geometrischen Axiome formuliert sind. Dass die Arithmetik kein spezifisches Vokabular hat, zeigt für Frege, dass sie allgemeiner ist als die Geometrie. Vgl. Frege, *Grundlagen*, §14.

[81] Zu Freges Unterscheidung von analytisch und synthetisch vgl. Frege, *Grundlagen*, §3. Zur Frage, inwiefern Frege „analytisch" dabei anders als Kant deutet, vgl. Weiner, 2004.

[82] Das ist auch als Kritik an der traditionellen syllogistischen Logik zu verstehen, für welche die Unterscheidung Prädikat-Subjekt grundlegend ist. Vgl. Ricketts, 2010, S. 153f..

[83] In meiner Darstellung schliesse ich mich einer Frege-Rezeption an, gemäss der für Frege Gegenstand und Begriff keine metaphysische, sondern logische Kategorien sind. Frege selber hält in den *Grundgesetzen der Arithmetik* fest, dass die Logik zu ihrer Grundlegung nicht der Metaphysik bedarf: „Ich halte es für ein sicheres Anzeichen eines Fehlers, wenn die Logik Metaphysik und Psychologie

Argument und Funktion für die Analyse von logischen Argumenten wichtig? Das macht Frege am Anfang der *Begriffsschrift* deutlich. Den Schluss vom Allgemeinen auf das Einzelne, in dem daraus, dass ein Begriff auf alles zutrifft, geschlossen wird, dass er auch auf ein bestimmtes Einzelnes zutrifft, analysiert Frege dort so: Vom Allgemeinen wird dadurch auf das Einzelne übergegangen, dass in einem Satz eine Konstante anstelle einer Variablen eingesetzt wird. (Dazu müssen zunächst Sätze als Konstanten und Variablen enthaltend analysiert werden. Dazu komme ich gleich.) Damit nimmt Frege die mathematische Formalisierung zum Vorbild für die Logik. In der Mathematik wird Allgemeinheit durch Variablen ausgedrückt, durch Buchstaben, die eine unbestimmt gelassene Zahl vertreten: „Diese Unbestimmtheit macht es möglich, die Buchstaben zum Ausdruck der Allgemeingiltigkeit von Sätzen zu verwenden wie in (a+b) c = ac + bc" (*Begriffsschrift* §1). Die Buchstaben in der von Frege angeführten Gleichung sind Variablen, sie deuten an, dass die Gleichung gültig ist, welche Zahl auch immer man für einen Buchstaben einsetzt. Für beliebige Zahlen a, b und c gilt, dass das Produkt von c mit der Summe von a und b gleich ist der Summe der Produkte von a mit c und c mit b. Die Schlussweise vom Allgemeinen auf das Einzelne überträgt Frege von der Mathematik auf die Logik. Dazu muss er sprachliche Aussagen entsprechend formalisieren.[84] Wie gesagt drückt in der mathematischen Formel die Variable Allgemeinheit aus. Für die Formalisierung von Aussagen ist deshalb vorausgesetzt, dass die allgemeine umgangssprachliche Aussage so wie der mathematische Satz eine Variable enthält.[85] Dies erfüllt Frege eben dadurch, dass er Begriffe als Funktionen auffasst. Entscheidend dabei ist, dass ein und dieselbe Funktion an der Argumentstelle zum einen verschiedene Zeichen für etwas Bestimmtes

---

nöthig hat, Wissenschaften, die selber der logischen Grundsätze bedürfen. Wo ist denn hier der eigentliche Urboden, auf dem Alles ruht? Oder ist es wie bei Münchhausen, der sich am eignen Schopfe aus dem Sumpfe zog?" (*Grundgesetze*, S. XIX). Vgl. auch Weiner, 1995.

[84] In §1 der *Begriffsschrift* weist Frege weiter darauf hin, dass er sich in seinem Formalismus an der Mathematik orientiert, indem er wie diese neben Zeichen, die „einen bestimmten Sinn" haben, auch solche verwendet, „unter denen man sich Verschiedenes vorstellen kann", um damit Sätze formulieren zu können, die von allem handeln, also allgemeine Sätze (vgl. S. 1). Er interpretiert also die Allgemeinheit von Sätzen auf der Grundlage einer mathematischen Auffassung von Allgemeinheit. Vgl. auch Ricketts, 2010, S. 152f.

Ferreiros legt dar, dass die in der Mathematik gebräuchlichen Schlussweisen Quantifikation notwendig machten: „Everything suggests that quantification was strictly *necessary* for an analysis of mathematical inference as practiced in the 19th century. Indeed, it would seem that the modern use of quantifiers emerged within informal but technical mathematical language" (vgl. Ferreiros 2001).

[85] Vgl. dazu „Logische Allgemeinheit", in Frege, 1983, S. 278–281, S. 280.

haben kann, also verschiedene Konstanten als Argumente haben kann, oder aber zum anderen ein Zeichen für etwas Beliebiges, eine Variable.[86] Die Variable selber ist also auch ein Argument der Funktion.[87]

Wichtig für meine Darstellung ist Folgendes: Frege charakterisiert Funktionsausdrücke als Satzelemente, die konstant gehalten werden, währen der Rest des Satzes zuerst variiert wird. Dadurch werden andere Sätze mit demselben Funktionsausdruck, aber anderen Argumentausdrücken gebildet. Dann wird das Argument als beliebig gedacht und durch eine Variable unbestimmt angedeutet.[88] Dadurch wird der Satz verallgemeinert. Für Frege heisst Verallgemeinerung, dass aus einem singulären Satz durch Variation der Konstante (des Argumentes) ein allgemeiner Satz gebildet wird. Ausgedrückt wird die Verallgemeinerung durch die Variable.[89] Während die Konstante einen bestimmten Gegenstand bedeutet, bedeutet die Variable in unbestimmter Weise einen beliebigen Gegenstand.[90]

[86] Darüber hinaus zieht Frege weitere Parallelen zwischen seiner Auffassung von Begriffen als Funktionen und dem mathematischen Funktionsbegriff: So wie die mathematische Funktion für jedes Argument einen bestimmten Wert hat, haben auch Begriffsfunktionen einen Wert für jeden Gegenstand, der an Argumentstelle eingesetzt wird. Dabei interpretiert Frege Wahrheit oder Falschheit der dadurch entstehenden Sätze als Funktionswerte (vgl. Frege, 1891). Für meine Diskussion genügt die hier vorgenommene Charakterisierung.

[87] Die Orientierung an der Mathematik ist, wenig überraschend, für die mathematische Logik, die Frege ja mit entwickelt hat, entscheidend. Auch Russell weist darauf hin, dass er die Weise, wie er Allgemeinheit ausdrückt, aus der Mathematik übernimmt, vgl. Russell, 1908, S. 227.

[88] Variablen als Argumente von Funktionen werden von Frege mit lateinischen Kleinbuchstaben vom Ende des Alphabets, oder deutschen Kleinbuchstaben bezeichnet. Will Frege den blossen, ungesättigten Funktionsausdruck notieren, schreibt er ihn mit griechischen Konsonanten vom Ende des Alphabets, $f(\xi)$, und braucht ξ,ζ um die Leerstelle zu bezeichnen (vgl. *Grundgesetze* §1, vgl. auch Ricketts, 2010, S. 170).

[89] Die Variable und nicht etwa der Quantor sind also das Zeichen für die Allgemeinheit. Der Quantor dient Frege dazu, innere und äussere Verneinung allgemeiner Sätze voneinander zu unterscheiden. Mit ihm lässt sich das Gebiet der Allgemeinheit richtig begrenzen. Vgl. *Grundgesetze* §8.

[90] Vgl. Ricketts, 2010, S. 156. Ich denke, meine Formulierung ist nicht ganz sauber. Frege weist selber auf die Schwierigkeiten hin, die Bezeichnungsweise einer Variable genau zu fassen. In einen Brief an Jourdain schreibt er: „Man wird wohl am besten dabei bleiben, dass die lateinischen Buchstaben dazu dienen, einem Satze Allgemeinheit des Inhalts zu verleihen. Den Ausdruck „Variabele“ [sic!] aber wird man am besten gar nicht gebrauchen, da man im Grunde weder von einem Zeichen, noch von dem, was ausgedrückt oder bezeichnet, sagen kann, dass es variabel oder eine Variabele sei [...] Ich würde von einem Buchstaben nicht sagen, dass er eine Bedeutung, einen Sinn, ein *meaning* habe,

Den Aspekt, dass auf diese Weise Allgemeinheit ausgedrückt wird, hat Freges Auffassung der Funktion mit Russells und Wittgensteins Auffassung von Sätzen als *propositional functions* gemein.[91] In Kapitel 3 lege ich dar, dass auch für Wittgenstein Variablen Allgemeinheit bezeichnen, aber Sätze mit freien Variablen keine Sätze sind. Wittgenstein unterscheidet also Allgemeinheitsbezeichnungen von allgemeinen Sätzen. Im Unterschied zu Frege und Russell kann er deshalb Verallgemeinerungen bilden, ohne Sätze zu bilden.

---

wenn er dazu dient, einem Satze Allgemeinheit des Inhalts zu verleihen“ (Frege, 1976, XXI/9 (ohne Datum), S. 116f.)

[91] Russell führt den Begriff *propositional function* in den *Principia* S. 14f. ein. Zu den Unterschieden des Funktionsbegriffes bei Frege und Russell vgl. Hylton, 2005. Vgl. dazu auch Diamond über Freges und Russells unterschiedliche Auffassung von komplexen Namen, in Diamond, 1988, S. 15.

2. 2. 2 Zerlegung des Satzes in Funktion und Argument

Ich habe dargelegt, wie Frege allgemeine Aussagen als Sätze mit Variablen auffasst. Die Zerlegung des Satzes in Funktion und Argument ist in diesem Zusammenhang relevant. Das Argument der singulären Aussage ist dasjenige Satzelement, das „veränderlich“ gedacht werden kann, an dessen Stelle also eine Variable stehen kann, wodurch zugleich die singuläre Aussage verallgemeinert wird (vgl. *Begriffsschrift* S. 15). Wenn man „Sokrates ist sterblich“ analysiert als das Argument „Sokrates“ und die Funktion „_ ist sterblich“ enthaltend, dann fasst man den Satz zugleich als mögliches Resultat auf, das dadurch entsteht, dass man in die allgemeine Aussage „Alles ist sterblich“ „Sokrates“ instantiiert. Dazu wird die allgemeine Aussage entsprechend analysiert als „x ist sterblich “ und der Schluss auf den einzelnen Gegenstand erfolgt dadurch, dass die Konstante „Sokrates“ anstelle der Variable eingesetzt wird.

Das Beispiel, das ich gebraucht habe, mag den Anschein erwecken, es handle sich hierbei bloss um eine Umbenennung. Anstatt von Subjekt und Prädikat ist nun von Argument und Funktion die Rede. Was für einen Unterschied macht es, ob man etwas als Subjekt in einem Satz bestimmt oder als Argument? Der Unterschied wird erst deutlich, wenn man beachtet, welche Rolle Freges Zerlegung des Satzes für seine Auffassung des logischen Schliessens spielt. Für Frege ist der Schluss vom Allgemeinen auf das Einzelne neben dem Modus Ponens die grundlegende logische Schlussweise.[92] Sie spielt zum einen für seine universalistische Logikauffassung eine zentrale Rolle. Zum anderen beruht die Unterscheidung von Begriff und Gegenstand auf ihr. Logische Sätze sind ganz mit Variablen gebildet. (Auch verallgemeinerte Funktionen werden dann durch Variablen bezeichnet.) Neben den logischen Urzeichen (und den daraus gebildeten definierten Zeichen) verfügt die Logik über keine Konstanten und somit über kein besonderes Vokabular. Sie handelt somit von allen Gegenständen.[93] Logische

---

[92] Zwar bemerkt Frege in den *Grundgesetzen,* dass sich die Logik mit nur einem einzigen Schlussgesetz formulieren lässt, nämlich dem Modus Ponens, vgl. §14. Die All-Instantiation wird dann als Grundgesetz formuliert, bei Frege Grundgesetz II. Der Schluss vom Allgemeinen auf das Besondere ist zentral für Freges Logik, vgl. Ricketts, 2010, S. 151f.; vgl. insbes. Anm. 6 ebenda. Künne hält fest, dass aus dem Grundgesetz der Allgemeinheit eine besondere Schlussart gemacht werden kann, vgl. Künne, 2010, S. 691. Wie Schlussregeln gemäss Frege charakterisiert sind erläutert Künne auf S. 385.

[93] Vgl. Künne, 2010, S. 380: „In Freges Augen handeln logische Gesetze von *allem*, – von allen Gegenständen und allen Funktionen [...]. Zu dem, worüber in logischen Gesetzen auf die eine oder andere Weise quantifiziert wird, gehören alle Gegenstände und Funktionen, die durch die Eigennamen und Prädikate in den singulären und in den Gesetzesaussagen anderer Wissenschaften bezeichnet werden.“

Gesetze sind allgemeinste Gesetze und gelten in allen Wissenschaften.[94] Die logischen Zeichen werden auch zur Formulierung der Gesetze der anderen Wissenschaften verwendet. Im Unterschied zur Logik verfügen die anderen Wissenschaften aber zusätzlich über ein besonderes Vokabular, mit dem sie die Gesetze formulieren, die von ihren besonderen Gegenständen gelten. Die logischen Gesetze werden auf die Einzelwissenschaften dadurch angewendet, dass anstelle der Variablen die Konstanten des entsprechenden wissenschaftlichen Vokabulars eingesetzt werden, also durch Instatiation.

Wie ich im letzten Abschnitt festgehalten habe, gelingt es Frege, den Schluss vom Allgemeinen auf das Einzelne formal zu fassen, indem er sich an der Mathematik orientiert und Allgemeinheit mit Variablen ausdrückt.[95] Das ist ein entscheidender Unterschied zur syllogistischen Logik. Gemäss dieser ist ein Syllogismus gültig, weil in den Prämissen Begriffe auf eine Art und Weise verbunden sind, dass sie ineinander enthalten sind.[96] Ein Beispiel:

(1) Menschen sind Säugetiere.
Säugetiere sind Wirbeltiere.
Also: Menschen sind Wirbeltiere.

Das Argument ist gültig auf Grund der Transitivität der Inklusion. Der Begriff Säugetier ist im Begriff Mensch enthalten und der Begriff Wirbeltier im Begriff Säugetier. Also ist Wirbeltier auch in Mensch enthalten.[97] Der Schluss vom Allgemeinen auf das Einzelne ist im Rahmen der Syllogistik nicht möglich.

---

[94] Vgl. Ricketts, 2010, S. 151: „On Frege's approach, then, fundamental laws of the maximally general science of logic capture topic-universal modes of inference." Vgl. auch Künne, 2010:

[95] Vgl. auch Künne, 2010, S. 718f. Künne weist darauf hin, dass erstens Frege Allgemeinheit „more arithmetico" notiert. Laut Künne ist diese von der Mathematik übernommene Ausdrucksweise der Allgemeinheit der Hauptgrund dafür, dass Frege als Untertitel der *Begriffsschrift* anführt, sie sei eine „der arithmetischen nachgebildete" Formelsprache. Zweitens hält Künne fest, dass Frege dank dieser Ausdrucksweise von einer allgemeinen Aussage, die logisch komplex ist, auf die entsprechende singuläre Aussage schliessen kann, im Gegensatz zum Booleschen Kalkül, in dem aussagenlogische und syllogistische Schlüsse nicht kombiniert werden können (vgl. S. 721f.).

[96] Vgl. Kremer, 2010, S. 222.

[97] Vgl. Ricketts, 2010, S. 153. Vgl. auch Frege, „Booles rechnende Logik" in Frege, 1983: „Bei Aristoteles wie bei Boole ist das Bilden der Begriffe durch Abstraction die logische Urtätigkeit, und das Urteilen und Schliessen kommt durch ein unmittelbares oder mittelbares Vergleichen der Begriffe ihrem Umfange nach zu Stande" (S. 16).

(2) Sokrates ist ein Mensch.

Mit (1): Sokrates ist ein Wirbeltier.

Daraus, dass Sokrates ein Mensch ist, lässt sich nicht schliessen, dass er ein Wirbeltier ist. Oder besser: Um diesen Schluss im Rahmen der Syllogistik zu interpretieren, muss „Sokrates“ als Begriffswort aufgefasst werden.[98] Gemäss Freges Logikverständnis unterscheidet die syllogistische Logik deshalb nicht richtig zwischen Begriff und Gegenstand: Anstatt Sokrates als Argument einer Funktion und also als Gegenstand aufzufassen, fasst sie „Sokrates“ als Subjektsbegriff auf.[99] Deshalb vermittelt die Syllogistik für Frege auch kein richtiges Verständnis der Allgemeinheit: „Wer weiss, wie ein solcher Schluss [vom Allgemeinen zum Besonderen] geschieht, der hat auch erfasst, was Allgemeinheit in der hier gemeinten Bedeutung des Wortes ist“ („Logische Allgemeinheit“, in Frege, 1983, S. 278–81, S. 278). Die Unterscheidung von Funktion und Argument ist also mit der formalen Wiedergabe allgemeiner Aussagen mit Variablen als Argumenten (einem unbestimmt angedeuteten Argument) und singulärer Aussagen mit konstanten Argumenten verbunden.[100]

Neben solchen die Natur der Logik betreffenden Überlegungen, lassen sich mit Freges Zerlegung von Sätzen Schlüsse logisch begründen, welche in der Syllogistik nicht begründet werden können. Dazu genügt aber die Verwendung von Variablen zum Ausdruck der Allgemeinheit alleine nicht. Zusätzlich muss zwischen innerer und äusserer Verneinung unterschieden werden können. Dies erreicht Frege dadurch, dass er einen Quantor einführt. Dadurch, dass der Quantor Variablen bindet und so den Bereich der Allgemeinheit abgrenzt, wird es möglich, zwischen der Allgemeinheit der Verneinung – (x)~fx – und der Verneinung

[98] Vgl. Potter, 2000, S. 34. Potter bezieht sich auf Kant, *Kritik der reinen Vernunft*: „Die Logiker sagen mit Recht, dass man beim Gebrauch der Urteile in Vernunftschlüssen die einzelnen Urteile gleich den allgemeinen behandeln könne“ (B 96). Gemäss Kant unterscheidet sich der singuläre vom allgemeinen Satz nicht „seiner inneren Gültigkeit nach“.

[99] Diese Kritik, dass die traditionelle Logik Gegenstände mit Begriffen verwechselt, beinhaltet einen weiteren Aspekt: Gemäss Frege fasst sie die Bildung von Begriffen durch Abstraktion vom Einzelnen, in der Erfahrung Gegebenen, als grundlegende logische Aktivität auf. Der Verstand fasst mehrere Einzeldinge unter einen Begriff zusammen, indem er von den Unterschieden abstrahiert und eine gemeinsame Eigenschaft festhält. Damit werden Begriffe als Vorstellungen aufgefasst und die Logik auf eine psychologische Grundlage gestellt. Vgl. Ricketts, 2010, S. 153f. Vgl. auch „Booles rechnende Logik“ in Frege 1983.

[100] Vgl. Ricketts, 2010, S. 156.

der Allgemeinheit – ~(x)(fx) – zu unterscheiden. Im Rahmen von Freges Logik können zudem erstmals Relationen als zweistellige Funktionen formal ausgedrückt werden. Diese Ausdrucksmöglichkeit ist für die mathematische Logik zentral. Sie gibt Frege erst die Möglichkeit, sein logizistisches Programm durchzuführen. Denn dieses setzt voraus, dass der Begriff der Reihe (insbesondere der Reihe der natürlichen Zahlen) im Rahmen der Logik behandelt werden kann. Nun werden Reihen durch, asymmetrische, transitive Relationen erzeugt. Um Schlüsse, die auf solchen Eigenschaften von Relationen beruhen, formal als logische Schlüsse zu behandeln, müssen Relationen formal gefasst werden.[101] In der Prädikatenlogik geschieht dies über Mehrfachquantifikation. Eine Relation zwischen zwei Gegenständen wird dabei als Funktion mit zwei Argumenten gedeutet. Mehrfachquantifikation wird auch zur Definition von Grenzwerten gebraucht. Diese sind für die Definition irrationaler Zahlen relevant.[102]

Der Blick auf Frege zeigt, in welchem Sinne die Begriffsschrift eine „Zeichensprache [ist], die der logischen Grammatik – der logischen Syntax – gehorcht“, wie Wittgenstein sie in 3.325 fordert. Unterscheidungen gemäss Kriterien der umgangssprachlichen Grammatik (der deutschen oder der englischen beispielsweise) werden nicht gemacht, weil diese für die logischen Beziehungen der Sätze irrelevant sind. Die Unterscheidung zwischen Argument und Funktion hingegen ist im Rahmen der Quantorenlogik relevant. Die Unterschiede werden durch Verwendung unterschiedlicher Zeichentypen in der Begriffsschrift deutlich gemacht. Wird der Satz in einer Notation notiert, die nur das wiedergibt, was für das logische Schliessen relevant ist, dann wird das Satzzeichen gemäss der logischen Syntax des Satzes gebildet.

Frege entwickelt die Begriffsschrift, um all das am Satz klar fassen zu können, was für die logische Folgerung relevant ist. Wittgenstein braucht sie zum selben Zweck. Wie der begriffliche Inhalt bei Frege sind auch bei Wittgenstein die Symbole eines Satzes durch die logischen Beziehungen desselben bestimmt.[103] So wie bei Frege dabei der Inhalt der Zeichen bestimmt wird, wird bei Wittgenstein bestimmt, zu welchen Symbolen die Zeichen gehören.

---

[101] Vgl. Weiner, 2004, S 40–48.

[102] Dummett streicht die Möglichkeit, Mehrfachquantifikationen formal wiederzugeben, als eine der wichtigsten Errungenschaft von Freges Logik heraus, vgl. Dummett, 1981, S. XXXf. und Kap. 2.

[103] Kremer legt dar, dass Freges Auffassung des begrifflichen Inhalts mit Problemen konfrontiert ist, die ihn dazu führen, zwischen Sinn und Bedeutung zu unterscheiden. Diese Probleme ergeben sich aus Freges Auffassung der Identität, vgl. Kremer, 2010. Laut Ricketts wird für Frege die Unterscheidung zwischen Sinn und Bedeutung notwendig, weil Sätze als Argumente in Funktionen auftreten können

Wie ich in Kapitel 1 dargelegt habe, muss sich für Wittgenstein die Gültigkeit eines logischen Argumentes durch die im Argument verbundenen Sätze selbst begründen lassen. (Nicht also wie bei Frege und Russel durch logische Gesetzte.) Er bestimmt den Satz als Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen. Das Argument ist gültig, wenn die Bedingungen, unter denen die Konklusion wahr ist, alles auch Bedingungen sind, unter denen die Prämissen wahr sind. In Begriffsschrift notiert, soll genau dies an den Satzzeichen selbst nachvollziehbar sein. Es soll deutlich sein, wie die Wahrheitsbedingungen der im Argument verbunden Sätze aufeinander bezogen sind. (Für die Aussagenlogik ist z.B. die Wahrheitstafelnotation eine dazu geeignete Notation, vgl. 4.42, aber auch die Klammernotation, vgl. 6.1203.)

In diesem Abschnitt habe ich dargelegt, dass beim Schliessen vom Allgemeinen auf das Einzelne und vom Einzelnen auf das Allgemeine die Zerlegung des Satzes in Funktion und Argument zentral ist. Für Frege ist diese Unterscheidung wichtig, weil sie deutlich macht, dass die Zeichen je eine andere Rolle beim Ausdruck der logischen Beziehungen des Satzes haben. Wittgenstein expliziert nun diese Unterscheidung dahingehend, dass er sie in Zusammenhang bringt mit seiner Auffassung des Satzes als Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen. (Wobei er darauf hinweist, dass diese Auffassung bereits bei Frege angelegt ist, vgl. 4.431.) Ein Satzzeichen wird also in Funktion und Argument zerlegt, um aufzuzeigen, wie in allgemeinen Sätzen die Wahrheitsbedingungen bezeichnet werden.

Der Satz ist Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen, des „Bestehens und nicht Bestehens von Sachverhalten". D.h. seine Wahrheit und Falschheit ist bestimmt dadurch, ob bestimmte Sachverhalte bestehen oder nicht bestehen, Sachverhalte, die in ihm bezeichnet sind. Für allgemeine Sätze heisst das: Ein allgemeiner Satz ist wahr, wenn alle in ihm bezeichneten Sachverhalte bestehen, oder wenn keiner besteht, oder wenn einige bestehen oder wenn einige nicht bestehen. (Alle singen, niemand singt, einige singen, einige singen nicht.)

(z.B. wird ~p von Frege als Funktion ~_ aufgefasst, die p als Argument hat), vgl. Ricketts, 2005. Ich denke, dass sich für Wittgenstein diese Probleme nicht stellen, da er sowohl Identität als auch logische Junktoren anders auffasst als Frege. Ja, Freges Bedenken, dass seine Auffassung von Identität darauf hinauszulaufen scheint, dass es sich bei a=b um eine blosse Substitutionsregel für Zeichen ohne Erkenntnisinhalt handelt, ist gerade die von Wittgensteins vertretene Auffassung. Frege dagegen will „a=b" als eine Aussage mit Erkenntnisgewinn auffassen. Eben dies bringt ihn dazu, zwischen Sinn und Bedeutung zu unterscheiden. (Zwar findet sich die Unterscheidung von Sinn und Bedeutung auch bei Wittgenstein, aber er unterscheidet damit verschiedene Symbole (Sätze und Namen) und nicht wie Frege zwei Aspekte ein und desselben Symbols.)

Indem das Satzzeichen in Funktion und Argument zerlegt wird, wird also deutlich gemacht, wie in einem allgemeinen Satz die Wahrheitsbedingungen ausgedrückt sind. Es wird aufgezeigt, dass dann die Wahrheitsbedingungen alle durch Sätze ausgedrückt sind, die mit ein und derselben Funktion, aber mit verschiedenen Argumenten gebildet werden. (Darauf gehe ich im Detail in Kapitel 3 ein.)

Ich behaupte also, dass Wittgensteins Erklärung allgemeiner Sätze von Freges Unterscheidung von Funktion und Argument ausgeht und dass also auch für Wittgenstein diese im Satz auseinandergehalten werden müssen. Meines Erachtens meint deshalb der Unterschied der Bezeichnungsweise, den Wittgenstein unter 3.32 bespricht, den Unterschied zwischen Funktion und Argument. Einem Zeichen eine bestimmte Bezeichnungsweise geben, heisst, es als Funktion oder als Argument zu gebrauchen. Anders gesagt: Je nachdem, welche Bezeichnungsweise einem Zeichen gegeben wird, werden im Satz Wahrheitsbedingungen anders bestimmt und damit ein anderes Satzzeichen gebildet. Das illustriert wiederum das Beispiel „Grün ist grün“: Wird „Grün“ als Name, als Argument verwendet resultiert daraus ein einfacher Satz: „fa“. Als Begriffswort verwendet resultiert zusammengesetzte Satz „(x) (fx ⊃ fx)“. Die logische Notation macht deutlich, dass „grün“ nun zweimal als Funktion bezeichnet. Diese beiden Sätze haben ganz unterschiedliche Folgerungsbeziehungen. Aus dem ersten Satz lässt sich schliessen, dass etwas grün ist, oder dass es etwas Grünes gibt, aus dem zweiten nicht. Umgekehrt folgt die Wahrheit des zweiten Satzes (der eine Tautologie ist) aus jedem wahren Satz, was beim ersten Satz nicht der Fall ist. Diese Unterschiede in den Folgerungsbeziehungen müssen darin gründen, dass die Bezeichnungsweise des ersten „grün“ sich ändert, je nachdem ob der eine oder andere Satz gebildet wird.[104].

Damit komme ich auf die im ersten Teil des Kapitels aufgeworfene Frage zurück, warum in einem Satz die Bezeichnungsweisen der Zeichen bestimmen, welche Wahrheitsbedingungen dieser Satz hat. Ich habe dort behauptet, dass Wittgenstein sich mit der Unterscheidung von Vertreten und Beschreiben an Frege orientiert. Also: Die Wahrheitsbedingungen des Sat-

[104] In der Begriffsschrift werden Sätze als Funktionen wiedergegeben, die Namen als Argumente annehmen. Damit sind in dieser Notation Zeichen nicht nur gemäss den Symbolen, zu denen sie gehören, unterschieden, sondern ihre äusserliche Anwendung entspricht ihrer „logisch syntaktischen Verwendung“ und damit der logischen Grammatik der Sprache. In der Begriffsschrift gibt es noch mehr Zeichen: Klammern, logische Junktoren und Quantoren. Diese nennt Wittgenstein „Interpunktionen“ (vgl. 5.4611). Er fasst sie nicht als Symbole auf, sondern als Zeichen, mit denen sich aus Symbolen neue Symbole bilden lassen. (Vgl. Kapitel 5. Zum Gleichheitszeichen vgl. Kapitel 6.)

zes legen seine Folgerungsbeziehungen fest. Frege notiert Sätze als Funktionen. Er unterscheidet im Satz Funktion und Argument, um damit dessen Folgerungsbeziehungen evident zu machen. Wittgenstein verbindet damit die Erkenntnis, dass in einer solchen Notation gerade die Wahrheitsbedingungen des Satzes deutlich gemacht werden. Die Unterscheidung von Funktion und Argument dient also dazu, die Wahrheitsbedingungen eines Satzes zu bestimmen. Wittgenstein gewinnt aus der Unterscheidung zwischen Argument und Funktion eine Charakterisierung der Bezeichnungsweise von Zeichen: Sie vertreten oder sie beschreiben. Ein Zeichen fungiert als Name im Satz, wenn es darin den Gegenstand, über den etwas gesagt wird, vertritt (3.22). Sätze beschreiben[105] Sachlagen (3.144) (oder, wenn es sich um Elementarsätze handelt, Sachverhalte, vgl. 4.21), d.i. Gegenstände als so und so bestimmte (vgl. 4.1272).

Ich denke, Begriffe werden von Wittgenstein nicht als von Sätzen verschiedene Symbole aufgefasst, im Gegensatz zu Frege. Oder besser gesagt: Wittgenstein scheint Freges eigentümliche Redeweise, dass Begriffe ungesättigt sind, so zu umzudeuten, dass Begriffe im Grunde gar nicht von den ganzen Sätzen unterschieden werden können. Es handelt sich um Satzteile, die erst vom Satz unterschieden werden können, wenn dieser in Bezug zu anderen Sätzen mit gleichen Teilen gesetzt wird. Die Bezeichnungsweise von Begriffen ist deshalb diejenigen von Sätzen: Eben zu beschreiben. Es gibt für Wittgenstein also nur Namen und ganze Sätze, nicht Namen und noch ein weiteres Symbol, die zu einem Satz, einem dritten Symbol zusammengefügt werden. Aber Sätze sind nicht aus Namen zusammengesetzt, sie sind keine Komplexe (vgl. 3.1432). Wittgenstein sagt zudem explizit, dass er Sätze als Funktionen auf-

[105] Hauptsächlich braucht Wittgenstein im *Tractatus* „darstellen“: Sätze stellen Sachlagen oder Sachverhalte dar. Er arbeitet im Rahmen seiner Bildtheorie den Unterschied zwischen Namen und Sätzen anhand des Begriffspaars Vertreten – Darstellen heraus. Daneben verwendet er an einzelnen Stellen auch das Begriffspaar Benennen – Beschreiben (vgl. z.B. 3.144). Ich habe in meiner Arbeit die Bildtheorie ausgeklammert. Statt dem üblichen Interpretationsansatz zu folgen und über die Bildtheorie einen Zugang zum *Tractatus* zu finden, habe ich einen Ansatz gewählt, der die darin vertretene Auffassung der Logik ins Zentrum rückt. (Vgl. das Schlusswort meiner Arbeit.) Ich verwende deshalb lieber „Beschreiben“ als „Darstellen“. Es ist jedoch zu beachten, dass „Beschreiben“ im *Tractatus* eine weitere Bedeutung hat als Darstellen. Letzteres wird nur für den Sinn des Satzes gebraucht (der Satz stellt dar, wie sich etwas verhält; er stellt die Wirklichkeit als so und so beschaffene dar). Ersteres wir auch für Symbole (Sätze) gebraucht, auch diese werden (durch Variablen) beschrieben, aber nicht dargestellt.

fasst. (vgl. 3.318, 4.24).[106]Diese Auskunft zusammen mit den hier angestellten Überlegungen belegen meines Erachtens, dass Wittgenstein Prädikate als Funktionen notiert.

Der Unterschied in der Bezeichnungsweise von Namen und Begriffen drückt sich also darin aus, dass sie je einen anderen Beitrag haben zu den logischen Beziehungen des Satzes. Dazu folgende Überlegung: Der Begriff (das zum Beschreiben verwendete Zeichen) ist derjenige Teil des Satzsinnes, den dieser mit anderen Sätzen gemeinsam haben kann. „Max ist grün“ und „Herr Grün ist grün“ haben beide einen Teil des Sinns gemeinsam, was sich daran zeigt, dass aus beiden der Satz „Jemand ist grün“ folgt. Zwischen „Max ist grün“ und „Max ist gross“ besteht keine solche Beziehung. Das Zeichen „Max“ zeigt folglich keine Gemeinsamkeit des Satzsinnes an. Namen werden nicht gebraucht, um anzuzeigen, dass zwei Sätze einen Teil ihres Sinnes gemeinsam haben. Vielmehr zeigen sie an, dass Sätze, die einen Teil ihres Sinnes gemeinsam haben, verschieden sind. Der Sinn des Satzes „Max ist grün“ ist verschieden von demjenigen von „Herr Grün ist grün“. Unterschiedliche Argumente zeigen in Sätzen, die einen Teil des Sinns gemeinsam haben, einen Unterschied des Satzsinnes an. Darauf gehe ich ausführlich in Kapitel 6 ein. (Darin thematisiere ich auch den möglichen Einwand, dass die gerade angeführten Sätze nur verschieden sind, wenn Max nicht Herr Grün ist.)

Doch Zeichen sind nicht nur deshalb voneinander zu unterscheiden, weil sie entweder vertreten oder beschreiben. Zusätzlich muss auch geklärt sein, ob es sich um undefinierte Zeichen handelt oder definierte Zeichen. Definierte Zeichen lassen sich durch ihre Definition zerlegen und dabei wird ebenfalls die Bezeichnungsweise eines solchen Zeichens geklärt. Wittgenstein hält fest, dass der Sprachgebrauch, nämlich die Anwendung des Zeichens, ausdrückt, wie dieses definiert ist (vgl. 3.262). Im dritten Teil dieses Kapitels lege ich dar, dass Wittgenstein die Unterscheidung von definierten und undefinierten Zeichens von Russell übernimmt zusammen mit der Idee, dass sich die logische Analyse definierter Zeichen am Sprachgebrauch orientieren soll.

[106] Das Verhältnis von „Wahrheitsfunktion“ und „Funktion“ wäre zu klären. Der für mich wichtige Punkt ist, dass Wittgenstein Elementarsätze als Funktionen notiert und somit Begriffe mit Funktionen ausdrückt und von Namen unterscheidet.

2. 3. Das Kontextprinzip

2. 3. 1. Starke und schwache Variante des Prinzips

Der Blick auf Frege hat gezeigt: Die Frage nach dem begrifflichen Inhalt eines Zeichens – nach dem Symbol, zu dem es gehört – wird dadurch beantwortet, dass bestimmt wird, wie das Satzzeichen zu zerlegen ist. Das heisst, es wird bestimmt, welches die logisch relevante Gliederung des Satzzeichens ist. Ich bin der Auffassung, es ist unter anderem dieser Zusammenhang, der das Kontextprinzip motiviert.

Gemäss dem Kontextprinzip ist die Bedeutung eines Wortes immer im Satzzusammenhang zu bestimmen. Warum ist dieses Prinzip für die richtige Unterscheidung von Funktion, beziehungsweise Begriff, und Argument, beziehungsweise Gegenstand, und die entsprechende Zerlegung des Satzzeichens wichtig? Dazu folgende Überlegung: Frege formuliert das Kontextprinzip in der Einleitung zu den *Grundlagen der Arithmetik*: „Als Grundsätze habe ich in der Untersuchung folgende festgehalten: [...] nach der Bedeutung der Wörter muss im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden; [...]" (Die beiden anderen Grundsätze besagen, das Psychologische vom Logischen zu trennen und Begriff und Gegenstand zu unterscheiden.)[107] Die Wörter, deren Bedeutung Frege in diesem Werk erfragt, sind Zahlwörter. Um Zahlen zu definieren, muss die Bedeutung von Zahlwörtern bestimmt werden und diese wiederum zeigt sich im Satzzusammenhang. Warum? – Weil erst im Satzzusammenhang der Beitrag eines Wortes zu den logischen Folgerungsbeziehungen des Satzes deutlich wird. Wenn das Zahlwort im Satzzusammenhang betrachtet wird, wird es auch im Zusammenhang von logischen Argumenten betrachtet, die mit dem Satz gebildet werden können.

[107] Eine weitere Motivation für das Kontextprinzip stellt Freges Antipsychologismus dar. Die Bedeutung eines Wortes darf nicht verwechselt werden mit unserer Vorstellung oder einem inneren Bild, die das Wort begleiten mag: „So scheint ein Wort keinen Inhalt zu haben, für welches uns ein entsprechendes inneres Bild fehlt. Man muss aber immer einen vollständigen Satz ins Auge fassen. Nur in ihm haben die Wörter eigentlich eine Bedeutung. Die inneren Bilder, die uns dabei etwa vorschweben, brauchen nicht den logischen Bestandtheilen des Urtheils zu entsprechen. Es genügt, wenn der Satz als Ganzes einen Sinn hat; dadurch erhalten auch seine Theile ihren Inhalt." Frege, *Grundlagen*, §60. Kremer weist darauf hin, dass Frege den Formalismus unter anderem deshalb kritisiert, weil er nicht richtig zwischen Begriff und Gegenstand unterscheidet (vgl. Kremer, 2010, S. 241, Anm. 31). Wie ich darlege, leitet einen das Kontextprinzip an, diese Unterscheidung richtig zu machen. Das Prinzip scheint also von Frege als Mittel verstanden zu werden, mit dem man weder dem Psychologismus noch dem Formalismus verfällt. Zur Bedeutung des Kontextprinzips für Definitionen, vgl. Dummett, 1991, S. 209–240.

Eine Definition der Zahl erfordert also nach Frege eine logische Analyse von Anzahlaussagen und Gleichungen. Eine Analyse, bei der aufgezeigt wird, in welchen logischen Beziehungen diese Sätze stehen. (Frege fasst arithmetische Gleichungen als Identitätsaussagen auf.) Das heisst, sie erfordert eine Zerlegung der Sätze in Funktion und Argument wie ich sie im vorigen Abschnitt dargelegt habe. Da nur im Satzzusammenhang deutlich wird, ob ein Wort ein Begriffswort oder ein Eigenname ist, wird auch nur im Satzzusammenhang deutlich, welches die Bedeutung eines Wortes ist. Um den begrifflichen Inhalt eines Zeichens zu bestimmen, muss dieses deshalb als Teil eines Satzes aufgefasst werden (vgl. *Grundlagen*, §60, S. 69f.). Der Satz als ganzer hat bestimmte Folgerungsbeziehungen und diese entsprechen dem begrifflichen Inhalt der Satzbestandteile (vgl. *Begriffsschrift* § 3, S. 3). [108] [109]

---

[108] Ich schliesse mich damit einer Lesart Freges an, wie sie etwa Ricketts vertritt und für die das Kontextprinzip zentral für Freges Philosophie ist (vgl. Ricketts, 2010). Diese Lesart ist allerdings umstritten. So macht Künne geltend, dass erstens die verschiedenen Formulierungen des Kontextprinzips, die sich in den *Grundlagen* finden, nicht logisch äquivalent seien. Zweitens hält er fest, dass das Prinzip ab einem gewissen Zeitpunkt von Frege nicht mehr wörtlich genannt wird. Er bezweifelt deshalb, dass es eine zentrale Stellung in Freges Philosophie haben kann (vgl. Künne, 2010, S. 595). Eine Schwierigkeit, das Kontextprinzip auf Freges spätere Philosophie zu übertragen, besteht darin, dass Frege dann zwischen Sinn und Bedeutung eines Wortes unterscheidet (vgl. Dummett, 1992, S. 77). Sullivan untersucht, wie sich das Kontextprinzip zur Bestimmung des Sinns und zur Bestimmung der Bedeutung anwenden lässt, vgl. Sullivan, 2001. Kremer argumentiert dafür, dass die Unterscheidung zwischen Sinn und Bedeutung das Kontextprinzip schwäche, 2010, S. 279f.

Sullivan will mit seiner Untersuchung aufzeigen, ob und wie der *Tractatus* Freges Formulierung des Kontextprinzips verpflichtet ist. In meiner Darstellung wähle ich eine andere Strategie. Ich argumentiere dafür, dass Wittgenstein mit der Unterscheidung der Bezeichnungsweise an Zeichen Freges Unterscheidung von Argument und Funktion aufnimmt. Ich lege dar, dass für diese Unterscheidung das Kontextprinzip zentral ist.

[109] Für meine Arbeit ist es bloss relevant, *ob* ein Wort ein Name ist und also auf einen Gegenstand referiert oder ob es ein Begriffswort ist und also einen Begriff bezeichnet. Ob die Referenz eines Namens nur durch den Satz bestimmt ist oder nicht, ist für meine Untersuchung nicht von Belang. Diese Frage wird in der Sprachphilosophie im Rahmen des semantischen Internalismus, respektive semantischen Externalismus erörtert und Freges Werke, insbesondere auch von Dummett, wird oft als Beitrag zu dieser Debatte gelesen. Auch Sullivan stellt die Untersuchung, auf die ich in der vorhergehenden Anmerkung verwiesen habe, in diesen Rahmen.

Wittgenstein sagt, dass man auf den Gebrauch eines Zeichens achten müsse, um das Symbol am Zeichen zu erkennen.[110] Frege sagt, dass das Zeichen im Satzkontext betrachtet werden müsse, um seinen begrifflichen Inhalt zu bestimmen. Im Folgenden will ich darlegen, wie Wittgenstein damit, dass er den Zeichengebrauch in den Fokus der Betrachtung rückt, Freges Kontextprinzip radikaler fasst.[111] Dabei orientiert sich Wittgenstein an Russell. Russell wendet nämlich das Kontextprinzip genau dann an, wenn gemäss seiner Auffassung die Bedeutung eines Zeichens in der logischen Funktion besteht, die es im Satz hat. Und genau dann ist es für Russell der Gebrauch, der die Bedeutung eines Zeichens bestimmt.

Folgende Überlegung zeigt, dass das Kontextprinzip in einer schwachen und einer starken Variante verstanden werden kann. Da ein Wort für sich keine Folgerungsbeziehungen hat, macht es auch nicht viel Sinn, von einem begrifflichen Inhalt des Wortes zu reden (beziehungsweise davon, dass ein Zeichen zu einem Symbol gehört), ohne es als möglichen Bestandteil von Sätzen aufzufassen. Und wenn es als möglicher Bestandteil von Sätzen aufgefasst wird, dann muss darauf geachtet werden, dass in der Umgangssprache dasselbe Wort in verschiedener Weise Bestandteil von Sätzen werden kann. Dabei bestimmt es die Folgerungsbeziehungen der Sätze jedes Mal anders. Entsprechend ist sein begrifflicher Inhalt jedes Mal ein anderer. Soweit ist das Kontextprinzip in seiner schwachen Variante zum Tragen gekommen. Dabei wird vorausgesetzt, dass das Wort als Einheit schon gegeben ist und nur noch sein

[110] Laut Sullivan ist Wittgensteins Unterscheidung zwischen Zeichen und Symbol durch das Kontextprinzip begründet, vgl. 2001, S. 76. Sullivan übersieht allerdings, dass Sätze, nicht aber isolierte Wörter, logische Beziehungen haben, dass sie Wahrheitsbedingungen haben, welche ihre Folgerungsbeziehungen begründen. Dadurch ist meines Erachtens das Kontextprinzip begründet. Ein Symbol ist für Wittgenstein nicht nur etwas, das, wie Sullivan schreibt, auf bestimmte Weise in Sätzen vorkommen kann, sondern etwas, das den Sinn von Sätzen, ihre Wahrheitsbedingungen, charakterisiert.

[111] Meine Darlegung zeigt, dass für Wittgenstein nicht nur Überlegungen zur Abbildtheorie ausschlaggebend für das Kontextprinzip sind. Hacker motiviert Wittgensteins Kontextprinzip über die Abbildtheorie: „A name has a meaning only in the context of a proposition, i.e., in the context of a representing fact – a picture of a possible state of affairs. For only then does it actually stand for an object […]“ (Hacker, 2003, S. 17). Er folgert, dass Wittgenstein das Kontextprinzip deshalb aus völlig anderen Gründen als Frege anwendet. Er scheint zu übersehen, dass für Wittgenstein der Sinn eines Satzes durch seine Wahrheitsbedingungen und damit seine logischen Folgerungsbeziehungen bestimmt ist und darin die entscheidende Parallele zu Frege besteht. Auf diese Parallele ist in der Literatur verschiedentlich hingewiesen worden, vgl. z.B. Anscombe, 1967, S.59; Ishiguro, 1969, S. 23. Vgl. auch Glock, 2001. Glock argumentiert allerdings dafür, dass Frege und Wittgenstein unterschiedliche Auffassungen von Wahrheitsbedingungen gehabt hätten.

begrifflicher Inhalt bestimmt werden muss. Und das heisst dann, seine Rolle für die Folgerungsbeziehungen des Satzes Bestimmen.[112]

Das Ziel der logischen Analyse besteht darin, den richtigen begriffsschriftlichen Ausdruck für den Satz zu finden. Dazu muss aber das Satzzeichen erst in der für seine Folgerungsbeziehungen relevanten Weise zerlegt werden. Es muss also zuerst geklärt werden, welches überhaupt die logischen Bestandteile oder Einheiten des Satzes sind. Erst dann kann der Satz in die logische Notation übersetzt werden. So gefasst haben wir das Kontextprinzip in seiner starken Variante. Welches Kandidaten für die logischen Bestandteile des Satzes sind, ist zum Vornherein nicht gegeben. Die grammatischen Einheiten, die Wörter oder Wortgruppen, mit denen der umgangssprachliche Satz gebildet ist, müssen nicht seine logischen Einheiten sein.

Ein Beispiel für die Diskrepanz zwischen logischer und grammatische Zerlegung liefern allgemeine Aussagen: Zwei Sätze wie „Sokrates ist ein Säugetier“ und „Alle Menschen sind Säugetiere“ erscheinen auf Grund ihrer grammatischen Struktur als gleichartig: Es wird von etwas gesagt, dass es ein Säugetier ist. „Sokrates“ und „Alle Menschen“ scheinen in den beiden Sätzen dieselbe Rolle zu spielen und je eine Einheit zu bilden. Die Übersetzung in Begriffsschrift macht aber den Unterschied der logisch-syntaktischen Form der Sätze deutlich: „ga“ und „(x) (fx ⊃ gx)“. Die begriffsschriftliche Wiedergabe von „Alle Menschen sind Säugetiere“ macht deutlich, dass „Alle Menschen“ keine logisch-syntaktische Einheit bildet und nichts dem grammatischen Subjekt entspricht, wenn der Satz gemäss seinem begrifflichen Inhalt zerlegt ist.[113]

[112] Ich denke, Dummett wendet in seiner Diskussion des Kontextprinzips nur die schwache Lesart an. Vgl. Dummett, 1991, Kapitel 16.

[113] Frege weist darauf in „Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter“ hin, in Frege, 1983, 273–277. S. 274.

2. 3. 2. Russells logische Analyse durch Definition

Das Kontextprinzip ist für die logische Analyse zentral. Es ermöglicht erst eine Zerlegung, die nicht von den grammatischen Einheiten der Umgangssprache ausgehen muss. Grammatische Einheiten werden immer dann aufgelöst, wenn die logische Struktur des Satzes komplexer ist als seine grammatische. Die Zerlegung von „Alle Menschen sind Säugetiere" zeigt z.B., dass der Satz zwei durch einen logischen Junktor verbundene Teile enthält.

Russell nun bringt explizit den Gebrauch ins Spiel, um die Bedeutung eines Zeichens zu analysieren, und zwar dann, wenn es sich bei diesem Zeichen um ein „unvollständiges Symbol" („incomplete symbol") handelt. Im Folgenden lege ich dar, wie Russell unvollständige Symbole definiert. Dabei orientiere ich mich an der Darstellung, die er in den *Principia Mathematica* gibt (vgl. PM, Introduction, Chapter III, S. 66–87). Ein Symbol ist unvollständig, wenn es nicht für etwas steht, in einem allgemeinen Sinne kein Name ist, aber trotzdem eine Bedeutung hat.[114] Vollständige Symbole dagegen sind Namen, d.h. sie haben isoliert, ausserhalb des Satzkontextes, eine Bedeutung: Sie vertreten („represent") einen Gegenstand. Ein vollständiges Symbol kann ein einfaches Zeichen oder ein definiertes Zeichen sein. Wenn es sich bei ihm um ein definiertes Zeichen handelt, kann seine Bedeutung durch das Definiens angegeben werden. Dabei gilt: Das definierte Zeichen kann im Satz durch das definierende Zeichen ersetzt werden. Unvollständige Symbole dagegen sind immer definierte Symbole, doch ihre Bedeutung lässt sich nicht dadurch bestimmen, dass ein Definiens angegeben wird, durch welches das unvollständige Symbol im Satz ersetzt werden kann. Das Symbol hat dann eine „Definition im Gebrauch" (vgl. PM, S. 66). Was das heisst, soll im Folgenden für den Fall von Kennzeichnungen dargelegt werden, also Ausdrücken der Form „der so und so" oder in Russells Notation „(ιx) (φx)". Wir haben also zum Beispiel den Satz „Der Autor von *Waverley* war ein Dichter" und wollen wissen, welches die Bedeutung von „der Autor von *Waverley*" ist.

Russell schreibt, dass nicht das Symbol „(ιx) (φx)" definiert wird, sondern der Gebrauch oder die Anwendungen des Symbols. Diese setzt er gleich mit der Definition der Sätze, in welchen das Symbol vorkommt. Eine solche Definition nennt er eine kontextuelle Definition. In ihr wird angegeben, wie ein Satz, der das unvollständige Symbol enthält, durch einen Satz

[114] Im Falle von grammatischen Subjekten gibt es folgendes Kriterium dafür, ob es sich um ein unvollständiges Symbol handelt: Wird der Satz, der das Subjekt enthält, *nicht* bedeutungslos, wenn man annimmt, dass der vom Subjekt bezeichnete Gegenstand nicht existiert, dann ist das Subjekt ein unvollständiges Symbol, vgl. PM, S. 66.

zu ersetzen ist, der es nicht enthält. „[...] we must not attempt to define, $(\iota x)\ (\varphi x)$‘ but must define the *uses* of the symbol, *i.e.* the propositions in whose symbolic expression it occurs. Now in seeking to define the uses of this symbol, it is important to observe the import of propositions in which it occurs“ (PM, S. 67). Um den Gebrauch des Symbols zu bestimmen, muss man bestimmen, welchen Beitrag es zu den Sätzen macht, die es enthalten. Und das heisst für Russell, man muss bestimmen, in welcher Weise das Symbol „$(\iota x)\ (\varphi x)$“ die logischen Beziehungen derjenigen Sätze, die es enthalten, zu denjenigen Sätzen bestimmt, die „$(\iota x)\ (\varphi x)$“ nicht enthalten.[115] Russell tut dies, indem er aufzeigt, wie sich die logischen Beziehungen solcher ein unvollständiges Symbol enthaltenden Sätze von den logischen Beziehungen von Sätzen unterscheiden, die einen Namen enthalten (also ein vollständiges Symbol). Wir wollen also wissen, welchen Unterschied es macht, ob wir z.B. sagen, dass der Autor von *Waverley* ein Dichter war, oder ob wir sagen, dass Scott ein Dichter war. Aus dem ersten Satz folgt logisch, dass erstens *Waverley* geschrieben worden ist, dass der Roman zweitens von genau einer Person geschrieben worden ist und drittens, dass die Person, die ihn schrieb, ein Dichter war. Wenn einer dieser Sätze falsch ist, dann ist auch „Der Autor von Waverley war ein Dichter“ falsch. Aus dem Satz „Scott war ein Dichter“ folgt logisch nur, dass es jemanden gab, der ein Dichter war. Die Aussage über den Autor von *Waverley* enthält also mehr als die Aussage über Scott, nämlich die Behauptung, dass es genau jemanden gibt, welcher der Autor von *Waverley* ist. Sie enthält also die Behauptung, dass es jemanden gibt, der die Kennzeichnung erfüllt. Und genau dies, nämlich dass es genau etwas gibt, das die Kennzeichnung erfüllt, muss Teil der kontextuellen Definition sein. Die Definition der Sätze, welche die Kennzeichnung enthalten, muss solcherart sein, dass genau die genannten logischen Implikationen zulässig bleiben.[116]

Verallgemeinernd hält Russell fest: „Now taking φx to replace ‚x wrote Waverley‘, it is plain that any statement apparently about $(\iota x)\ (\varphi x)$ requires (1) $(\exists x)\ (\varphi x)$ and (2) $(\varphi x . \varphi y) \supset_{xy} (x=y)$; here (1) states that *at least* one object satisfies φx, while (2) states that *at most* one object satisfies φx.“ Das heisst, die beiden Folgerungen (1) und (2) sind Teil aller Sätze über

---

[115] Kremer schreibt: „From this discussion [in den PM] there emerges a picture of a kind of *logical* analysis […]. The analysis is *logical* in that to arrive at a proper understanding of an incomplete symbol α, one considers the ‚use‘ of α in propositions, where this is a matter of the *logical* relationships of those propositions to other propositions not involving α“ (1997, S. 93f.).

[116] „Thus our interpretation of the uses of $(\iota x)\ (\varphi x)$ must be such as to allow them“ (PM, S. 68). Gemeint sind die Möglichkeiten, in denen der die Kennzeichnung enthaltende Satz falsch sein kann, und diese Möglichkeiten sind durch seine logischen Implikationen bestimmt.

„den so und so“ respektive über $(\iota x)\ (\varphi x)$. Sie sind in der Aussage über „den so und so“ enthalten. In der kontextuellen Definition von $(\iota x)\ (\varphi x)$ wird deshalb bestimmt, wie ein Satz, der $(\iota x)\ (\varphi x)$ enthält, durch einen Satz ersetzt werden kann, der statt $(\iota x)\ (\varphi x)$ die beiden gefolgerten Sätze enthält.[117] Die kontextuelle Definition legt also die Bedeutung von „$(\iota x)\ (\varphi x)$“ fest, indem durch sie festgelegt wird, wie das Symbol eliminiert werden kann.

Russells Erläuterung der kontextuellen Definition zeigt, was Sprachgebrauch für Russell im Zusammenhang der logischen Analyse heisst: Ein Symbol gebrauchen heisst, ihm eine bestimmte logische Funktion geben, wobei dies wiederum heisst, dass Sätze, deren Bestandteil das Symbol ist, in logische Beziehung gesetzt werden zu Sätzen, die das Symbol nicht enthalten. Mit anderen Worten: Für Russell ist der Sprachgebrauch genau dann interessant, wenn es sich um die „logisch-syntaktische“ Verwendung eines Wortes geht. (Eines Wortes, das keine Bedeutung hat abgesehen von dieser Verwendung.) Russell kennt kein allgemeines Kontextprinzip. Im Gegenteil, vollständige Symbole zeichnen sich gerade dadurch aus, dass ihre Bedeutung unabhängig von ihrem Vorkommen in Sätzen bestimmt werden kann. (Und damit auch unabhängig von ihrem Gebrauch.) Das Kontextprinzip wird für ihn nur relevant, wenn es um die Definition ganz spezieller Symbole geht. Und genau in diesen Fällen weist Russell einen an, auf den Gebrauch der Symbole zu achten.

Meines Erachtens verallgemeinert Wittgenstein Russells Auffassung. Während für Russell nur im Fall von unvollständigen Symbolen der Gebrauch anzeigt, wie die Bedeutung eines Zeichens zu analysieren ist, ist für Wittgenstein in jedem Fall der Gebrauch für die Bedeutung bestimmend, und zwar der Gebrauch des *Zeichens*, nicht des Symbols.[118] Meines Erachtens verbindet Wittgenstein damit Freges Auffassung, dass ein Satz gemäss seinen Folgerungsbe-

---

[117] „[Thus $(\exists c)\ (\varphi x \equiv_x x=c)$] must be part of what is affirmed by any proposition about $(\iota x)(\varphi x)$. If our proposition is $f\{(\iota x)(\varphi x)\ \}$, what is further affirmed is fc if $\varphi x\ .\equiv_x .x=c$. Thus we have

$f\{(\iota x)(\varphi x)\} = (\exists c)((\varphi x \equiv_x x=c)\ .\ fc) \qquad \mathrm{Df},$

i.e. ‚the x satisfying φx satisfies fx‘ is to mean ‚There is an object c such that φx is true when and only when, x is c, and fc is true‘, or, more exactly: ‚There is a c such that ‚φx‘ is always equivalent to ‚x is c‘ and fc.‘ In this ‚$(\iota x)(\varphi x)$‘ has completely disappeared; thus ‚$(\iota x)(\varphi x)$‘ is merely symbolic and does not directly represent an object, […]“ (PM, S. 68)

[118] Der Gebrauch des Zeichens ist für Wittgenstein das einzige Kriterium dafür, wie das Zeichens zu analysieren ist. Russell dagegen kennt verschiedene Kriterien für die Analyse von Symbolen. Vgl. Kremer, 1997 S. 94–96.

ziehungen in Funktion und Argument zu zerlegen sei, mit Russells Auffassung, dass der Gebrauch eines Zeichens diese Folgerungsbeziehungen bestimmt. Wenn man bestimmen will, zu welchem Symbol ein Zeichen gehört (welche Bedeutung es hat, welches sein begrifflicher Inhalt ist), muss man also, wie Frege in der *Begriffsschrift* darlegt, bestimmen, wie das Satzzeichen gemäss den Folgerungsbeziehungen des Satzes zu zerlegen ist. Die Folgerungsbeziehungen des Satzes bestimmen heisst aber nichts anderes, als den Gebrauch der Zeichen zu betrachten, mit denen das Satzzeichen gebildet wird, so wie Russell es in den *Principia Mathematica* ausführt. Der Gebrauch zeigt an, ob ein Zeichen zu einem definierten Symbol (einen unvollständigen Symbol im Sinne Russells) gehört und also weiter zerlegt werden kann. Ebenso zeigt sein Gebrauch, ob ein Zeichen einfach (ein Name im Sinne Wittgensteins) ist: Die beiden genannten Schlussfolgerungen (1) und (2) sind dann nicht zulässig.

2. 3. 3. Wittgensteins Analyse von Aussagen über Komplexe

Wittgenstein verbindet Freges Auffassung, dass ein Satzzeichen *immer* gemäss seinen Folgerungsbeziehungen zerlegt werden muss, mit Russells Auffassung, dass der Sprachgebrauch zeigt, welchen Beitrag ein Zeichen (ein Symbol bei Russell) zu den Folgerungsbeziehungen macht. Damit wendet er das Kontextprinzip in seiner starken Lesart vollumfänglich an.[119]

Für Wittgenstein heisst auf den Sprachgebrauch achten im *Tractatus* so viel, wie den Satz in den Kontext möglicher logischer Folgerungen setzten. Das erscheint vielleicht nicht sehr gehaltvoll, insbesondere dann, wenn man dabei die Möglichkeiten des Sprachgebrauchs der *Philosophischen Untersuchungen* vor Augen hat. Trotzdem sollte nicht unterschätzt werden, welche Beachtung Wittgenstein dem Sprachgebrauch bereits in *Tractatus* schenkt. Ein Zeichen, ein Satzzeichen gebrauchen, heisst, mit ihm Aussagen zu machen. Und das heisst, es in den Zusammenhang mit weiteren Satzzeichen setzten. (Ein Zusammenhang, der nicht von Vornherein besteht.) Wer ein Zeichen im Sinne des *Tractatus* gebraucht, muss es bis zu einem gewissen Grad explizieren können. Er muss Auskunft darüber geben können, worauf er sich mit dem Gebrauch festgelegt hat und worauf nicht. Das ist durch das Zeichen selbst nicht determiniert. Vielmehr lässt es dem Sprecher einen gewissen Spielraum offen. Wir sind in unserem Zeichengebrauch nicht vollkommen gebunden, aber auch nicht vollkommen frei. Er beruht auf „stillschweigenden Abmachungen“ (vgl. 4.002), auf sprachlichen Konventionen also. In diesem Spielraum entfaltet sich der Sprachgebrauch, oder entfaltet der Sprachgebrauch seine Bedeutung. Diamond hat für Wittgensteins Auffassung des Satzes im *Tractatus* folgendes Bild geprägt: Am umgangssprachlichen Satz hängen wie kleine Drähte alle Sätze, aus denen seine Wahrheit oder seine Falschheit folgt (vgl. Diamond 1988, S. 19). Der umgangssprachliche Satz zusammen mit dem ganzen Geflecht dieser Sätze ist *der Satz.* (Und in der Analyse würde dieser ganze Zusammenhang aufgezeigt.) Aber natürlich hängen diese kleinen Drähte nicht von Vornherein da an unseren umgangssprachlichen Satzzeichen. Vielmehr werden die Beziehungen vom Sprechenden beim Explizieren (oder Argumentieren) gemacht. (Allerdings werden die Beziehung vom Sprechenden in dem Moment festgelegt, in dem er

[119] Vgl. auch Kremer, 1997, S. 97–101. Meines Erachtens interpretiert aber Kremer Wittgensteins Analyse von Aussagen über Komplexe falsch. Namen benennen gemäss Wittgenstein *immer* (einfache) Gegenstände. Gemäss dem *Tractatus* gibt es keine Namen für Komplexe. (Es gibt Zeichen für Komplexe, aber diese sind keine Namen.) Kremers Interpretation wird von vielen Autoren vertreten, vgl. z.B. Pears, 1987, S. 27, 72 u. 82; Hacker, 1996, S. 37.

einen Satz denkt oder erfasst. Für ihn klärt sich der Sinn nicht erst beim Reden. Die Möglichkeit der Explikation ist für ihn, der weiss was er sagen will oder was er denkt, bereits festgelegt. Die Problematik, die sich daraus ergibt, beschäftig Wittgenstein seiner sogenannten mittleren Phase.) So zeigt sein Sprachgebrauch, welchen Satz er mit einem umgangssprachlichen Zeichen bildet. Einen Satz Bilden ist in gewissem Sinne ein Prozess, der nicht abgeschlossen ist, aber es werden könnte. Wittgenstein bewegt sich im *Tractatus* im Spannungsfeld, das sich eröffnet zwischen der Idee einer im logischen Sinne abgeschlossenen Sprache und dem Anerkennen der Vielfalt und Offenheit des tatsächlichen Zeichengebrauchs. Die Unterscheidung zwischen Zeichen und Symbol spielt dafür eine zentrale Rolle. Der Sprachgebrauch vermittelt zwischen den beiden Polen, zwischen dem Zeichen verwendenden Sprecher und der einen Sprache, die er dabei spricht.

Ich habe gesagt, dass Wittgenstein die Idee von Russell hat, dass der Sprachgebrauch bei der Analyse eines Satzes zentral ist. Russells Behandlung von Kennzeichnungen im Rahmen der kontextuellen Definition ist für ihn beispielhaft. Zum Abschluss dieses Kapitels diskutiere ich nun die entsprechende Passage im *Tractatus*. Wittgenstein geht auf Kennzeichnungen und ihre Definition in 3.24 ein, im Rahmen der Diskussion von Namen als einfachen Zeichen (3.2ff.). Eine Kennzeichnung heisst bei ihm Satz, welcher vom Komplex handelt (vgl. auch 2.0201). Er hält fest, dass Komplexe nur durch Beschreibungen gegeben sind, also durch Sätze, nicht Namen. Eine solche Beschreibung kann in ein „einfaches Symbol“ zusammengefasst sein. Diese Zusammenfassung lässt sich durch eine Definition ausdrücken.

Durch eine solche Definition lässt sich also die Bezeichnungsweise eines Zeichens aufzeigen. So wie Russell unterscheidet auch Wittgenstein die Bezeichnungsweise echter Eigennamen von der Bezeichnungsweise so definierter Zeichen. Nur Namen vertreten (bei Russel „represent“) einen Gegenstand. (Im Unterschied zu Russell ist aber für Wittgenstein der Name immer ein einfaches, undefiniertes Zeichen. Namen können nicht durch eine Definition auseinandergelegt werden, vgl. 3.26 und 3.261.) Ein kontextuell definiertes Zeichen bezeichnet dagegen „über jene Zeichen, durch die es definiert wurde“. Es bezeichnet also über die Sätze, die in der kontextuellen Definition angeben werden. Definierte und einfache Zeichen habe je eine andere Bezeichnungsweise (3.261). Um was für ein Zeichen es sich handelt, das zeigt seine Anwendung (3.262), also sein Gebrauch.

Meines Erachtens analysiert Wittgenstein damit Aussagen über Komplexe als Kennzeichnungen im Sinne Russells.[120] [121] Doch im Unterschied zu Russell ist für Wittgenstein das unvollständige Symbol nicht ein „blosses Symbol“ und zeigt die kontextuelle Definition nicht, dass es im Grunde überflüssig ist. Vielmehr *klärt* die Definition die Bezeichnungsweise des Zeichens, indem sie deutlich macht, welche logische Funktion es hat. Indem sie z.B. angibt, dass das Satzeichen „Der Autor von *Waverley* war ein Dichter“ ersetzt werden kann durch das Satzzeichen „Es gibt genau einen Autor von *Waverley* und dieser war ein Dichter“ macht die Definition die Beziehungsweise von „der Autor von Waverley“ deutlich. Sie besteht nicht darin, zu vertreten, sondern zu beschreiben.

In der Begriffsschrift wird die Definition folgendermassen notiert:

(3) $f\{(\iota x)\ (gx)\} = (\exists x)\ (gx\ .\ fx).\ {\sim}(\exists xy)\ (gx\ .\ gy)$ Def.[122]

Indem das grammatische Subjekt „der Autor von *Waverley*“ in Begriffsschrift als „$\{(\iota x)\ (gx)\}$“ wiedergegeben wird, wird deutlich gemacht, dass mit dem Zeichen das Symbol

[120] Vgl. Hacker 1989, S. 33 und 1996, S. 37, insbes. Anm. 22. Hacker scheint allerdings im Gegensatz zu mir davon auszugehen, dass Wittgenstein neben der russellschen Analyse auch noch andere Fälle von Aussagen über Komplexe zulässt. Ausserdem stimme ich nicht mit seiner Darlegung von Wittgensteins Auffassung allgemeiner Aussagen überein. Der Ansicht, dass Wittgenstein Aussagen über Komplexe im Sinne Russells als Kennzeichnungen analysiert, sind auch Ishiguro, vgl. 1969, S. 39; Kremer, vgl. 2012, S. 35f. – Kremer diskutiert Wittgensteins Auffassung in Bezug auf Russells „On Denoting“.

[121] Wenn ein Zeichen ein Name ist, dann lässt sich aus der Wahrheit des Satzes, der es enthält, nicht auf die Existenz eines Gegenstandes schliessen, auf den als einzigen eine bestimmte Beschreibung zutrifft. (Vgl. Kremer, 1997 S. 98.) Wenn es dagegen kein Name, sondern das „Zeichen eines Komplexes“ ist, dann lässt sich auf die Existenz eines Gegenstandes schliessen, auf den eine solche Kennzeichnung zutrifft (vgl. 2.201 und 3.24). Wittgenstein nennt in diesem Zusammenhang Namen Zeichen, die „allein, selbständig eine Bedeutung“ haben (vgl. 3.261). Damit greift er meines Erachtens die Charakterisierung auf, die Russell für ein „complete symbol“ gibt. Die Bemerkung ist als Anspielung auf Russell und als Kritik an ihm zu verstehen und nicht etwa als Einschränkung des Kontextprinzips. Wittgenstein hält fest, dass solche Zeichen, die Russell selbständig oder eben „complete“ nennt, nicht definiert werden können. (Vgl. auch 3.322, 3.326 und 3.327.)

[122] Wittgenstein stipuliert für die Begriffsschrift die Regel, dass verschiedene Zeichen nicht dieselbe Bedeutung haben.

eines Komplexes zusammengefasst wird. Die Notation zeigt an, dass der scheinbar logisch einfache Satz tatsächlich eine Variable enthält. Er ist also tatsächlich ein allgemeiner Satz, der „einen Komplex [...] bezeichnet" (vgl. 3.24). Die Definition schliesslich macht das „Symbol des Komplexes" deutlich: Der Satz, mit dem der Komplex beschrieben wird. Sie macht deutlich was sonst in der Anwendung, also dem Gebrauch des Zeichens „der Autor von Waverley", zum Ausdruck kommt (vgl. 3.262).

Das Kontextprinzip ist entscheidend dafür, wie Wittgenstein den Sprachgebrauch im *Tractatus* versteht. Russell folgend ist für Wittgenstein der Folgerungskontext eines Satzes Ausgangspunkt für die logische Analyse und damit die Zergliederung des Satzzeichens in logisch relevante Einheiten. Der Folgerungskontext ist für das umgangssprachliche Satzzeichen nicht fixiert, sondern wird ihm erst durch seinen Gebrauch verliehen. Der Sprachgebrauch funktioniert gleichermassen als Scharnier zwischen Umgangssprache und logischer Notation. Er erlaubt es Wittgenstein die Umgangssprache als logisch einwandfrei aufzufassen und trotzdem als Quelle für philosophische Probleme verursachende Missverständnisse.

Im zweiten Abschnitt dieses Kapitels habe ich dafür argumentiert, dass bei der Bestimmung der Bezeichnungsweise eines Zeichens Freges Unterscheidung zwischen Funktion und Argument wichtig ist. In diesem Abschnitt bin ich auf die zweite Differenzierung eingegangen, die Wittgenstein hinsichtlich der Bezeichnungsweise macht, nämlich, ob es sich um ein definiertes oder ein undefiniertes Zeichen handelt. Ein definiertes Zeichen lässt sich einer logischen Analyse durch Definition zergliedern. Ich dargelegt, wie es zu verstehen ist, dass der Zeichengebrauch anzeigt, wie das Satzzeichen zu zergliedern ist. Ich habe gezeigt, dass die Betrachtung des Zeichengebrauchs es ermöglicht, das Satzzeichen anders als in die grammatischen Kategorien von Subjekt und Prädikat zu zergliedern. Zeichen, die schulgrammatisch als Einheit erscheinen können sich in der logischen Zergliederung als zusammengesetzt erweisen. Zeichen die „äusserlich", also aus der Perspektive der Schulgrammatik, im Satz in gleicher Weise angewendet werden, können aus der Perspektive der logischen Grammatik zu verschiedenen Kategorien gehören.

Die Bezeichnungsweise charakterisiert jedes Zeichen in doppelter Weise: Es ist ein Zeichen das vertritt oder beschreibt und muss entsprechend in der Begriffsschrift als Argument oder als Funktion notiert werden. Wenn es vertritt, ist es immer auch ein undefiniertes Zeichen, also ein Name. Wenn es beschreibt, kann es ebenfalls ein undefiniertes Zeichen sein.

Dann handelt es sich bei dem Satz um einen Elementarsatz.[123] Oder aber, es handelt sich um ein definiertes Zeichen. Dann legt die Definition des Zeichens fest, wie es beschreibt. Das Beispiel von Wittgensteins Analyse von Kennzeichnungen macht einsichtig, was das heisst. Die Analyse macht deutlich, dass „der Autor von Waverly“ nur scheinbar ein Argument der Satzfunktion „_ ist ein Dichter“ ist. Tatsächlich bezeichnet „der Autor von Waverly“ einen Komplex. Entsprechend handelt es sich beim Satz „Der Autor von Waverly ist ein Dichter“ um ein definiertes Zeichen und damit nicht um einen mit einem Namen gebildeten Elementarsatz (vgl. 4.23). Die Definition (3) zerlegt den scheinbar einfachen Satz und macht so deutlich, wie darin der Komplex beschrieben wird. Die komplexe logische Struktur des Satzes wird sichtbar gemacht und es wird aufgezeigt, dass der scheinbare Name tatsächlich den Begriff anzeigt, der in der Kennzeichnung gebraucht wird.

Im folgenden Kapitel beschäftige ich mich mit Wittgensteins Auffassung der Variablen und lege dar, wie gemäss Wittgenstein allgemeine Sätze mit Variablen gebildet werden. Damit erkläre ich, wie Wittgenstein Sätze (Satzfunktionen) deutet, in denen an Argumentstelle nicht Namen, sondern Variablen stehen. Darauf, wie der Sprachgebrauch für die Bildung von Variablen relevant wird, komme ich in 3.3 zu sprechen.

In diesem Kapitel habe ich zwei Fälle besprochen, bei der mittels logischer Analyse aufgezeigt werden kann, dass Sätze tatsächlich verschieden sind, die in der Umgangssprache dieselbe Syntax haben und deshalb als gleichartig erscheinen, „Sokrates ist sterblich”, „Alle Menschen sind sterblich“ und „Der Autor von Waverly ist sterblich“ sind im Deutschen Subjekt-Prädikatssätze. Ihre logische Syntax ist aber je eine andere. Der Unterschied tritt dann zutage, wenn die Folgerungsbeziehungen der Sätze betrachtet werden und diese werden durch den Verwendungskontext der (deutschen) Zeichen bestimmt. Gemäss diesem Verwendungskontext werden die drei Sätze wie folgt in Begriffsschrift übersetzt: „fa“;
„(x) (fx ⊃ gx)“; „f{(ιx) (gx)}“. Diese Sätze haben je eine andere logische Form. Was es heissen soll, dass in der logischen Analyse Form und Inhalt von Symbolen bestimmt wird, bespreche ich in Kapitel 3.1. In Kapitel 4.2 bespreche ich eine weitere logische Form von Sätzen

---

[123] Wittgenstein fasst im *Tractatus* Elementarsätze als undefiniert auf, das heisst: Sie lassen sich nicht gemäss einer Regel konstruieren, vgl. 5.55ff. Sie sind zwar nicht einfach, denn wie alle Sätze sind sie in Argument und Funktion gegliedert (vgl. 4.032) und damit Wahrheitsfunktionen. Insbesondere haben sie, obwohl von anderen Elementarsätzen logisch unabhängig, einen Teil des Satzssinnes mit diesen gemeinsam. (Vgl. dazu auch Kapitel 3.3). Aber im Vergleich mit konstruierten Sätzen sind sie einfacher (vgl. 4.21).

und ihre Analyse. Was gezeigt wird, wenn Sätze vollständig logische analysiert sind, bespreche ich im letzten Teil von Kapitel 6.

3. Allgemeinheit

In diesem Kapitel diskutiere ich eine Reihe ineinander verwickelter Fragen und Themen. Teils präsentiert Wittgenstein selbst diese Themen im *Tractatus* in einer solchen Verwicklung, teils ergibt sie sich daraus, dass ich in diesem Kapitel sowohl eine systematische als auch eine exegetische Fragestellung diskutiere.

Der Titel des Kapitels benennt die systematische Fragestellung: Ich beschäftige mich mit Wittgensteins Auffassung von Allgemeinheit. Ich lege dar, dass und wie er Variablen als Allgemeinheitsbezeichnungen auffasst. Die Erläuterungen zu Variablen finden sich im *Tractatus* in den Passagen unter 3.3 und 4.12 sowie in 5.2522.[124] In den Bemerkungen unter 4.12 führt Wittgenstein zudem die Unterscheidung von Sagen und Zeigen ein. Mit „Zeigen", „Aufweisen" oder „Spiegeln" bezeichnet er das Auftreten bestimmter Merkmale an Sätzen. Dass ein Satz ein solches Merkmal aufweist, lässt sich aber nicht sagen, das heisst, es kann nicht Gegenstand einer Aussage sein. Sagen, das heisst das Bilden von Aussagen, und Zeigen, das Bezeichnen charakteristischer Merkmale an Aussagen, schliessen einander aus:

4.1212 Was gezeigt werden *kann*, *kann* nicht gesagt werden.[125]

Die Unterscheidung von Zeigen und Sagen wirft eine exegetische Frage auf: Wozu führt Wittgenstein diese Unterscheidung im *Tractatus* ein? Im ersten Teil dieses Kapitels gehe ich von dieser Frage aus und mache deutlich, wie sie mit der Frage nach der richtigen Auffassung von Allgemeinheitsbezeichnungen zusammenhängt. Ab Abschnitt drei diskutiere ich dann Wittgensteins Auffassung von Variablen als Allgemeinheitsbezeichnungen im Detail.

[124] Im *Prototractatus* erläutert Wittgenstein Variablen in einer einzigen Passage, nämlich unter 5.004 und 5.005. Dies schliesst an die Erläuterung der Wahrheitsoperation an (5.001 und 5.002). Allerdings fehlen im *Prototractatus* noch einige Bemerkungen.

[125] Umgekehrt gilt auch, dass das, was gesagt werden kann, nicht gezeigt werden kann. Das ergibt sich aus der Bemerkung 4.022 „Der Satz *zeigt*, wie es sich verhält, *wenn* er wahr ist. Und er *sagt, dass* es sich so verhält." Ob es sich so verhält, wie der Satz sagt, ob er also wahr ist, das zeigt der Satz nicht. Vgl. z.B. 6.113. „Und so ist es auch eine der wichtigsten Tatsachen, dass sich die Wahrheit oder Falschheit der nichtlogischen Sätze *nicht* am Satz allein erkennen lässt."

3. 1. Die Aufgabe der Philosophie

Unmittelbar vor der Stelle, in der Wittgenstein die Unterscheidung zwischen Sagen und Zeigen einführt, hält er fest, dass sich die Philosophie mit dem Sagbaren insgesamt beschäftigt. Er weist ihr eine Aufgabe zu, für die es zentral ist, all das zu bezeichnen, was gesagt oder gedacht werden kann. In Satz 4.116 heisst es: „Alles, was überhaupt gedacht werden kann, kann klar gedacht werden. Alles, was sich aussprechen lässt, lässt sich klar aussprechen.“ Die Gesamtheit des Sagbaren und damit des Denkbaren darzustellen (4.115), es ab- oder einzugrenzen (4.114), darin besteht die Aufgabe der Philosophie. Gemäss Wittgenstein ist die Philosophie „Sprachkritik“. In Kapitel 2 zur Begriffsschrift habe ich ausgeführt, dass damit die Kunst gemeint ist, richtig zu unterscheiden: Die Methode der Philosophie besteht darin, Missverständnisse dadurch aufzudecken, dass richtig zwischen Symbolen unterschieden wird. In dieser Weise klärt der Philosoph Gedanken, indem er den Ausdruck der Gedanken, die Sätze, analysiert.

Die Aufgabe der Philosophie lässt sich jedoch auch grundsätzlicher fassen: Der Philosoph unterscheidet, ob jemandes Äusserung überhaupt in das Gebiet des Sagbaren fällt oder nicht. Wenn sie ins Gebiet des Sagbaren fällt, dann bildet der Sprechende mit den Zeichen, die er äussert, eine Aussage (vgl. 6.53, vgl. auch Einleitung, Abschnitt 3). Nur dann ist die Verwendung der Zeichen ein „sinnvoller“ Gebrauch. Nur dann nämlich werden Zeichen gebraucht, um einen Sinn oder einen Gedanken damit auszudrücken.[126]

Was aber zeichnet den sinnvollen Zeichengebrauch insgesamt aus? Diese Frage ist für die Philosophie entscheidend. Wenn sie die Aufgabe, die Wittgenstein ihr zuweist, erfüllen soll, dann muss es nicht nur möglich sein, eine bestimme sinnvolle Verwendungsweise eines Zeichens von einer anderen zu unterscheiden. Es ist überdies vorausgesetzt, dass sich an einem charakteristischen Merkmal erkennen lässt, ob es sich überhaupt um einen sinnvollen Zeichengebrauch handelt. Wittgenstein ist der Auffassung, dass es ein einziges solches Merkmal gibt, das allgemeinste Merkmal des Zeichengebrauchs. Es lässt sich deshalb im Allgemeinen bestimmen, was ein Satz ist. Es lässt sich also erstens allgemein bestimmen, ob jemand mit seiner Äusserung etwas sagt oder nicht. Zweitens gibt es ein einziges Kriterium dafür und deshalb gibt es eine einzige Bestimmung des Sagbaren. Nur wenn diese Auffassung richtig ist, ist es zulässig, von *der* logischen Form, von *der* Logik, *dem* Satz (und letztlich auch *der* Welt) zu reden. Und *dass* diese Auffassung richtig ist, das zeigt sich daran, dass sich tatsäch-

[126] Das heisst meines Erachtens eben nicht, dass Zeichen keinen anderen Gebrauch haben können, sondern bloss, dass sie dann nicht dazu verwendet werden, um Aussagen zu bilden.

lich bestimmen lässt, wie Sätze im Allgemeinen gebildet werden. Es lässt sich ein einziges formales Gesetz bestimmen, nach dem jeder Satz gebildet ist. Auf dieses formale Gesetz komme ich in Kapitel 5 zurück. Für die hier folgende Darstellung ist nur der folgende Punkt wichtig: Ein bestimmter Zug, ein charakteristisches Merkmal zeigt sich jedes Mal, wenn Zeichen gebraucht werden, um Sätze zu bilden. Dieses allgemeinste charakteristische Merkmal von Aussagesätzen nennt Wittgenstein die logische Form des Satzes. Es wird mit einer Variablen bezeichnet und nicht mit einem Satz beschrieben. Diese Variable markiert die Grenze des Sagbaren. Die Rede über die logische Form ist also ein Bezeichnen dieser Grenze. Die Definition des Satzes ist das Zeichen für die logische Form und grenzt damit das Sagbare vom Unsagbaren ab.

3. 2. Sagen und Zeigen

In der Literatur zum *Tractatus* wird gemeinhin davon ausgegangen, dass Wittgenstein mit der Unterscheidung von Sagen und Zeigen eine bestimmte Redeweise, eben die Rede darüber, was sich zeigt, als unsinnig verwirft. Der Versuch, über das zu reden, was sich an der Sprache zeigt, führe dazu, Unsinn zu äussern. Dabei wird vorausgesetzt, dass Wittgenstein im *Tractatus* nur eine Art sich zu reden als legitim erachtet, nämlich Sätze zu bilden. Sätze sind im *Tractatus* entweder sinnvolle Aussagen oder logische Sätze, das sind Tautologien und Kontradiktionen. Jede Äusserung, die kein Satz ist, ist gemäss dieser Interpretation unsinnig. Zwar zeigen auch Tautologien etwas, nämlich „die Logik" der Welt (vgl. 6.22). Aber weil es sich bei den Tautologien eben auch um Sätze handelt, nenne Wittgenstein sie nicht unsinnig, sondern sinnlos.

Doch entgegen dieser Interpretation ist das Bilden von Tautologien (und Kontradiktionen) im *Tractatus* nicht die einzige legitime Rede, mit der sich etwas zeigen lässt. Meines Erachtens ist keine Rede über das, was sich zeigt, unsinnig, auch jene nicht, die nicht im Äussern tautologischer Sätze besteht, sondern in der Verständigung über die logische Form, formale Eigenschaften und formale Begriffe.

Wittgenstein bemerkt selbst, dass man „in gewissem Sinne" von formalen Eigenschaften und „in dem Sinne" auch von formalen Begriffen *reden* könne: „Wir können in gewissem Sinne von formalen Eigenschaften der Gegenstände und Sachverhalte bzw. von Eigenschaften der Struktur der Tatsachen reden, und in demselben Sinne von formalen Relationen und Relationen von Strukturen" (4.122, zu den formalen Begriffen vgl. 4.126). In der Rede über formale Eigenschaften äussert man sich über charakteristische Merkmale, die sich an Sätzen *zeigen*: „Das Bestehen solcher internen Eigenschaften [...] zeigt sich in den Sätzen [...]" (4.122). Wittgenstein kennzeichnet somit die Rede, in der formale Begriffe bezeichnet werden, als eine Rede darüber, was sich an der Sprache zeigt: „Dass etwas unter einen formalen Begriff als dessen Gegenstand fällt [...] zeigt sich an dem Zeichen dieses Gegenstandes" (4.126). Zusätzlich hält er in diesen Bemerkungen fest, dass über formale Eigenschaften keine Aussagen gemacht werden können und formale Begriffe in Sätzen nicht als Funktionen auftreten.

Nun behaupten sowohl Hacker als auch Diamond, dass eine Rede, in der formale Begriffe bezeichnet werden, unsinnig ist (vgl. Hacker, 2001b, S. 362; Diamond, 1988, S.9).[127] Warum

[127] Im Rahmen der Debatte zwischen Standard-Lesern und resoluten Lesern legt Diamond ausführlich dar, dass ein Wort wie „Zahl" oder „etwas" in der Umgangssprache nicht an sich Ausdruck für einen

denn ist man der Sekundärliteratur so einhellig der Meinung, dass die Rede über das, was sich zeigt, nicht nur vom „Sagen“ zu unterscheiden ist, sondern zugleich auch in jedem Fall als unsinnig zu verwerfen ist? (Immer mit Ausnahme der Tautologien.) Meines Erachtens gibt es dafür zwei Gründe: Erstens weist Wittgenstein am Ende des *Tractatus* in 6.54 selbst darauf hin, dass seine Sätze als unsinnig erkannt werden müssen. Die Frage, warum sie unsinnig sind, wird dann dadurch beantwortet, dass man behauptet, Wittgenstein mache im *Tractatus* den Versuch über das zu reden, was sich zeigt. Gemäss dieser Argumentation bezeichnet er also seine Sätze am Schluss des Buches aus dem Grund als unsinnig, weil er selbst seine Unterscheidung von Sagen und Zeigen nicht einhält. Warum ich diese Argumentation nicht für plausibel halte, habe ich bereits in der Einleitung dargelegt.

Zweitens verwendet Wittgenstein den Ausdruck „unsinnig“ mehrmals in seiner Diskussion der Unterscheidung von Zeigen und Sagen unter 4.12. Dies wird als Beleg dafür aufgefasst, dass er in diesen Passagen dafür argumentiert, dass jede Rede über das, was sich zeigt, unsinnig ist. Gemäss Hacker haben diese Bemerkungen folgende Funktion: Am Ende des *Tractatus*

---

formalen Begriff ist. Die beiden Worte lassen sich ihrer Ansicht nach ohne Weiteres auch als Ausdrücke für eigentliche Begriffe verwenden. Dann lassen sich mit ihnen auch Aussagen bilden (vgl. Diamond, 2005, S. 83–84 und S. 87, zu den beiden Lesarten des *Tractatus* vgl. Teil 1 der Einleitung). Diamond will damit belegen, dass der Gebraucht von Wörtern nie Unsinn produziert. In dem von ihr diskutierten Beispiel werden die Wörter allerdings nicht als formale, sondern als eigentliche Begriffe verwendet. Eine Rede, wie die des *Tractatus,* mit Bemerkungen wie „Den Satz fasse ich – wie Frege und Russell – als Funktion der in ihm enthaltenen Ausdrücke auf“, „Der Begriff der successiven Anwendung der Operation ist äquivalent mit dem Begriff ‚und so weiter’“, „Das Bestehen einer internen Relation zwischen möglichen Sachlagen drückt sich sprachlich durch eine interne Relation zwischen den sie darstellenden Sätzen aus“, eine solche Rede deklariert auch Diamond als unsinnig. Was damit gesagt werden solle, zeige sich vielmehr, wenn sinnvolle Sätze in Begriffsschrift notiert werden. In „Throwing away the ladder“ hält sie fest, dass Ausdrücke wie „Begriff“, „Funktion“ und „Relation“, wenn sie als Teil eines philosophischen Vokabulars verwendet werden, um darüber zu reden, wie Zeichen gebraucht werden, keine Bedeutung haben. Genau dann werden sie aber als formale Begriffe verwendet, meine ich. Die Äusserungen, die man so bildet, können, so Diamond, jemandem dabei helfen, zu verstehen, wozu die Begriffsschrift gut ist. Sie sind aber unsinnig. „For Wittgenstein the provision of replacements for terms [function, concept, relation] in the philosophical vocabulary is not an incidental achievement but a principal aim, and, more important, it is the whole philosophical vocabulary which is to be replaced, including that of the *Tractatus* itself […]. Wittgenstein thought that the whole philosophical vocabulary reflected confusion“ (Diamond, 1988, S. 9f.). Für Diamond ersetzt die Begriffsschrift also eine konfuse, unsinnige philosophische Redeweise, inklusive derjenigen Wittgensteins.

hält Wittgenstein fest, dass seine Bemerkungen Unsinn sind, und in den Bemerkungen unter 4.12 nennt er die Gründe für diesen Befund. In seinen Bemerkungen spreche Wittgenstein über formale Begriffe. Doch wenn man über formale Begriffe spreche, dann verwendet man diese Begriffe gerade nicht als formale, sondern als eigentliche Begriffe. Eine solche Verwendung formaler Begriffe führe zwingendermassen zu unsinnigen Sätze (Hacker, 2001b).

Gemäss dieser Interpretation liefern also die Bemerkungen unter 4.12 das Fundament für die Selbstkritik, die Wittgenstein am Ende des *Tractatus* formuliert.

Ich vertrete dagegen die These, dass Wittgenstein die Rede von dem, was sich zeigt, nicht grundsätzlich als unsinnig verwirft. Vielmehr weist er darauf hin, dass dann Unsinn entsteht, wann man diese Rede mit dem Bilden von Aussagen verwechselt. Um diese These zu begründen, gehe ich nun genauer auf die Bemerkungen unter 4.12 ein.

In 4.124 bemerkt Wittgenstein: „Es wäre ebenso unsinnig, dem Satze eine formale Eigenschaft zuzusprechen, als sie ihm abzusprechen.“ Ich interpretiere diese Bemerkung wie folgt: Redet man über formale Eigenschaften von Sätzen, dann „spricht“ man dabei Sätzen keine formale Eigenschaft „zu“, man bildet also keine Aussagen über diese Sätze. Wittgenstein hält ausserdem fest, dass unsinnige Scheinsätze entstehen, wenn der formale Begriff „Gegenstand“ als eigentliches Begriffswort gebraucht wird. Auch „Zahl“ oder „Anzahl“ sind formale und keine eigentlichen Begriffe. Deshalb ist es unsinnig, sie als eigentliche Begriffe zu verwenden und etwa zu sagen: „Es gibt nur eine Null,“ wo wie man sagen kann: „Es gibt nur einen Mond“ (vgl. 4.1271). Mit solchen „Scheinsätzen“ wird versucht, das zu sagen, was sich zeigt. Wittgenstein kritisiert also eine logische Analyse, gemäss der formale Begriffe verwendet werden, um Aussagen zu machen, und die solche formalen Begriffe in der Begriffsschrift als Funktionen notiert.

Daraus folgt aber nicht, dass es generell unsinnig ist, über das zu reden, was sich zeigt. Es lässt sich zum Beispiel ohne Weiteres davon reden, dass zwei und zwei vier ist. Nur äussert man dann keine Aussage, sondern eine Gleichung. Unsinn resultiert im Zusammenhang mit dem Gleichheitszeichen nur dann, wenn man das Gleichheitszeichen in der Begriffsschrift nicht nur zum Ausdruck von Gleichungen verwendet, sondern gleichzeitig auch noch als Ausdruck einer zweistelligen Funktion. (Darauf komme ich in Kapitel 6 zurück.) Ebenso wenig „verbietet“ Wittgenstein den Gebrauch der Wörter „Anzahl“ oder „Gegenstand.“ Es lässt sich ohne Weiteres sagen, dass die Anzahl der Blumen in der Vase fünf ist, oder dass der Verdächtige neben Münzen und einem Messer keine weiteren Gegenstände in seiner Tasche hatte. Doch um philosophische Probleme zu vermeiden, sollte man sich im Klaren darüber sein, dass in diesen Sätzen „Anzahl“ und „Gegenstände“ nicht als Begriffsworte verwendet werden. Insbesondere ist der Satz „Die Anzahl der Blumen in der Vase ist fünf“ keine Identitätsaussage, in der ein Gegenstand, der mit „die Anzahl der Blumen in der Vase“ bezeichnet wird, mit der Zahl Fünf gleichgesetzt wird. Auch um eine Gleichung handelt es sich bei diesem Satz nicht, es handelt sich dabei um den Satz, dass es fünf Gegenstände gibt, die Blumen in der Vase sind.[128]

---

[128] Wann entsteht Unsinn? Die Standard-Lesart geht davon aus, dass Unsinn dann entsteht, wenn Sprache entgegen den Regeln der logischen Syntax gebraucht wird. Das geschehe insbesondere dann, wenn man versucht, etwas zu sagen, was sich zeigt (vgl. Hacker 1986; 2001a und 2001b). Wie Diamond meines Erachtens überzeugend darlegt, ist dabei die Vorstellung, dass es ein „etwas“ gibt, das selbst „unaussprechlich“ ist, sich aber beim Sprechen zeigt, verquer und geht am *Tractatus* vorbei (vgl. z.B. Diamond 1988). Die Standard-Lesart setzt voraus, dass auch die Umgangssprache für Wittgenstein eine Sprache ist, in der Regeln des richtigen Gebrauchs fixiert sind. Diese seien durch die ontologischen Kategorien der Welt fixiert, die mit der Sprache abgebildet wird. Auch die Auffassung, dass der Gebrauch umgangssprachlicher Ausdrücke festgelegt ist, sodass sie nicht auf neue Weise gebraucht werden können, kritisiert Diamond meines Erachtens zu Recht (vgl. z.B. Diamond 2005). Sie hält zum einen fest, dass Zeichenregeln durch Stipulierung festgelegt werden und nicht der Ausdruck metaphysischer Wahrheiten sind. Zum anderen argumentiert sie ausgehend von 3.328 dafür, dass Unsinn nicht dann entsteht, wenn Sprachregeln verletzt werden, sondern dann, wenn einem Ausdruck keine Bedeutung gegeben wurde. Für umgangssprachliche Ausdrücke gibt es keine Stipulierung eines Gebrauchs, der die logisch-syntaktische Kategorien reflektieren würde. Deshalb verletzt der Gebrauch umgangssprachlicher Zeichen auch nicht die logische Syntax. Wird ein Wort anders gebraucht als bisher, ist das einfach ein neuer Gebrauch. Soweit stimme ich Diamond zu. Doch ihre Ansicht, dass auch in der Begriffsschrift ein Gebrauch entgegen der stipulierten Regeln nicht zu Unsinn führt, gibt meines Erachtens nicht Wittgensteins Auffassung wieder. In der Begriffsschrift wurden die Zeichenregeln so stipuliert, dass sie die logisch-syntaktischen Kategorien der Sprache reflektieren. Würden dann Zeichen entgegen dieser Regeln gebraucht, verliere die Zeichensprache zwar ihren Zweck, so Diamond, weil diese Zeichen dann mehrdeutig würden, aber es resultiere kein Unsinn. (vgl. Diamond, op. cit. S. 80). Diamond behandelt die Frage, wie Unsinn entsteht, als ein Entweder-oder: Entweder ist die Auffassung richtig, dass Regeln verletzt werden (die Standard-Lesart), oder die Auffassung, dass einem Ausdruck keine Bedeutung gegeben wurde (die resolute Lesart). (Zumindest im Rahmen der Debatte zwischen resoluten Leser und Anhängern der Standardlesart tut sie dies.) Sie übersieht damit meines Erachtens nicht nur den Zusammenhang zwischen Regelverletzung und dem Fehlen von Bedeutung, sondern schränkt den Blick zu sehr ein. Tatsächlich sind die Fälle von Unsinn, die Wittgenstein im *Tractatus* bespricht, solche, in denen die Rolle eines Ausdrucks im Satz verkannt wird, weil sein Gebrauch gemäss der umgangssprachlichen Grammatik betrachtet wird. Die logisch-syntaktischen Aspekte seines Gebrauchs werden verkannt. Das führt dazu, dass die Erläuterung dieses

Wenn man also eine Äusserung über das, was sich zeigt, als Aussage analysiert und sie entsprechend in Begriffsschrift überträgt, dann resultiert Unsinn. Wittgensteins Befund, mit solchen Äusserungen werde nichts gesagt ist also meines Erachtens wie folgt zu interpretieren: Äusserungen über charakteristische Merkmale der Sprache funktionieren nicht wie Aussagen. Sie sind nicht wahr unter bestimmten Bedingungen und sonst falsch. Sie drücken keine Wahrheitsbedingungen, kein Bestehen und Nichtbestehen von Sachverhalten aus. Vielmehr haben sie eine andere Funktionsweise, die Wittgenstein „Zeigen" nennt und die es erst noch zu verstehen gilt. Meines Erachtens führt er also die Sagen-Zeigen Unterscheidung dazu ein, um zwei Redeweisen voneinander abzugrenzen.

Die Passage unter 4.12 liefert somit nicht der Grund einer Selbstkritik Wittgensteins. Allerdings gibt es in dieser Passage tatsächlich eine Kritik, aber diese richtet sich gegen die „alte Logik" und insbesondere gegen Frege und Russell, die mit dieser nicht konsequent genug gebrochen hätten. Mit seiner Unterscheidung von Sagen und Zeigen und seiner Unterscheidung zwischen eigentlichen und formalen Begriffen legt Wittgenstein hier also das Fundament für eine Kritik an diesen beiden Philosophen.

Gebrauchs unsinnig ist. Es resultieren dann z.B. umgangssprachliche Formulierungen wie „Es gibt nur eine Null" oder „Es gibt hundert Gegenstände". Mein Punkt ist, dass solche Äusserungen deshalb problematisch sind, weil sie den Sprachgebrauch betreffen, diesen aber verkennen. Verkennt man den Sprachgebrauch, bildet man nicht nur Beispielsätze wie „Sokrates ist identisch", in denen man einem Wort keine Bedeutung gegeben hat. Man bildet auch begriffsschriftliche Formulierungen, die unsinnig sind, weil sie der logischen Syntax wiedersprechen. Vgl. dazu 5.531: „Und nun sehen wir, dass Scheinsätze wie: ‚a= a', ‚a = b . b = c . ⊃ a=c', ‚(x) . x=x', ‚(∃ x) . x = a', etc. sich in einer richtigen Begriffsschrift gar nicht hinschreiben lassen." In diesem Fall wird dem begriffsschriftlichen „=" ein neuer Gebrauch gegeben, nämlich der einer Funktion. Wittgenstein äussert sich klar, dass damit nicht ein anderer Sinn entsteht, sondern Unsinn. Eine Ursache für die regelwidrige Verwendung eines begriffsschriftlichen Zeichens kann meines Erachtens eben darin bestehen, dass eine umgangssprachliche Äusserung falsch analysiert und dann in ein begriffsschriftliches Zeichen übersetzt wird, das den Zeichengebrauch nicht richtig zeigt. Wenn also „Anzahl" wie im oben genannten Beispiel in einem umgangssprachlichen Satz dazu verwendet wird, um einen formalen Begriff zu bezeichnen, aber in der Begriffsschrift als Funktion übersetzt wird, dann entsteht Unsinn. Ebenso sind dann die umgangssprachlichen Erläuterungen, die „Anzahl" als Funktion erläutern und die den Umfang von Zahlen zu bestimmen suchen, für Wittgenstein unsinnig. (Und zwar unsinnige Begriffsbestimmungen und nicht unsinnige Aussagesätze).

Genauer kritisiert Wittgenstein in der Passage zwei Aspekte der von Frege und Russell formulierten Auffassung: Erstens wendet er sich mit seiner Unterscheidung von Sagen und Zeigen gegen einen wichtigen Aspekt der von Frege und Russell formulierten Logikauffassung: Frege und Russell fassen logische Sätze als Urteile, also als sinnvolle Aussagen auf. Für Frege und Russell sind diese Sätze Urteile, die von schlichtweg allen Gegenständen handeln. Damit unterscheiden sie aus Wittgensteins Sicht nicht richtig zwischen Sagen und Zeigen. Allerdings geht Wittgenstein auf diesen Punkt unter 4.12 nicht explizit ein (dass sich die logische Folgerung zeigt, bemerkt er in 4.1211). Erst später hält er fest, dass logische Sätze Tautologien ohne Inhalt sind (vgl. 4.446), dass sie nichts „sagen" (vgl. 5.142). Ebenfalls bemerkt er erst später, dass mit dem Bilden einer Tautologie etwas über den Sinn der Sätze, aus denen sie gebildet ist, gezeigt wird, (vgl. die Passage unter 6.12).

Zweitens kritisiert Wittgenstein in den Bemerkungen unter 4.12, dass Frege und Russell Zahlbegriffe (und mit ihnen „ist Nachfolger von" oder „ist ein Vorfahr von") als eigentliche und nicht als formale Begriffe auffassen und entsprechend in der Begriffsschrift als Funktionen notieren und nicht als Operationen. Sie analysieren deshalb Sätze, die Zahlwörter enthalten und insbesondere auch den Satz „b ist Nachfolger von a" falsch (vgl. 4.1272 und 4.1273). Frege und Russells Definition der natürlichen Zahlen beruht auf der Analyse von Aussagen wie „b ist ein Nachfolger von a". In dieser Analyse bestimmen sie „ist ein Nachfolger von" als zweistellige Relation und notieren den Ausdruck entsprechend in der Begriffsschrift als Funktion.[129] Dies ist jedoch gemäss Wittgenstein falsch. In 4.1273 deutet Wittgenstein an, wie „b ist ein Nachfolger von a" richtig zu analysieren ist. („Ist ein Nachfolger von" bezeichnet gemäss Wittgenstein vielmehr eine Operation. Auf seine Analyse komme ich im letzten Abschnitt dieses Kapitels zurück. Auf Wittgensteins Definition der Zahl gehe ich in Kapitel 4.2 ein.)

In der Passage unter 4.12 verknüpft Wittgenstein also zwei wichtige Themen des *Tractatus*. Unter dem Schlagwort „zeigen" finden Überlegungen dazu, wie die Verständigung über charakteristische Merkmale der Sprache funktioniert. Mit diesen Überlegungen klärt Wittgenstein den Status einer Rede über die Sprache und damit der Erläuterungen des *Tractatus*. Zugleich verschränkt er diese Überlegungen mit Bemerkungen zum Zahlbegriff. Bei Zahlausdrücken handelt es sich seiner Ansicht nach ebenso wie bei den „metasprachlichen" Ausdrü-

[129] Frege erklärt in *Grundsetze*, § 45, was es heisst, dass ein Gegenstand in einer Reihe auf einen anderen Gegenstand folgt. Er verweist dabei explizit darauf, dass es sich bei „folgt in der Anzahlreihe auf" um den Ausdruck einer Funktion mit zwei Argumenten handelt. Entsprechend führt er auch ein begriffsschriftliches Funktionszeichen ein, um diese Funktion zu bezeichnen.

cken um formale Begriffe. Also um Ausdrücke, die in der Umgangssprache „äusserlich“ wie Begriffe angewendet werden, tatsächlich aber gar keine Begriffe sind. In der Passage unter 4.12 passiert also viererlei: Erstens klärt Wittgenstein die Rede über Sprachliches (über den Satz, über das Abbilden der Wirklichkeit) als eine Rede über formale Begriffe (vgl. 4.122). In einer solchen Rede werden charakteristische Merkmale von Aussagesätze bestimmt. Sie besteht nicht aus Aussagen (vgl. 4.126). Zweitens hält er fest, dass Zeichen für formale Begriffe nicht Funktionen sind, sondern Variable (ebenda). Drittens weist er darauf hin, dass formale Begriffe nicht nur in der Rede über Aussagesätze verwendet werden, sondern auch als Bestandteil von Aussagesätze auftreten können (z.B. „Gegenstand, der so und so“ oder „ist ein Nachfolger von“). Auch dann sind ihre Zeichen nicht Funktionen, sondern Variable (vgl. 4.1272 und 4.1273). Viertens nennt er zwei verschiedene Variable: *x*, der Variable Name, als Zeichen für den formalen Begriff „Gegenstand“. Und der formale Begriff „Glied einer Formenreihe“, der dadurch bezeichnet wird, dass das erste Glied der Formenreihe angegeben wird und die Operation, mit der aus einem beliebigen Glied das nächste erzeugt wird (ebenda). Wittgenstein unterscheidet also zwei Typen formaler Begriffe und nennt entsprechend zwei Sorten von Variablen, mit denen diese Begriffe bezeichnet werden.

Wittgenstein verknüpft in der Passage unter 4.12 ausserdem zwei seiner zentralen Themen, Logik und Mathematik: Zum einen bereitet er die Definition von Aussagesätzen vor, die er dadurch geben will, dass er ein Zeichen für den formalen Begriff der logischen Form angibt. Zum anderen bereitet er mit der Analyse von „b ist ein Nachfolger von a“ die Definition der Zahl und die Analyse von Aussagen über Anzahlen vor. Für letzteres haben Frege und gemäss Wittgenstein auch Russell noch keine befriedigende Bestimmung gefunden (in 4.1273 nennt er sowohl Russells als auch Freges Definition der Zahl widersprüchlich). Wittgenstein präsentiert seine Gedanken dazu in einer äusserst komprimierten Form. Besonders die Kritik an Frege und Russel ist auf Anspielungen reduziert. (Vgl. z.B. 4.1272, wo eine Kritik an Russells Axiom of Infinity enthalten ist.) Zusätzlich verschlingt er dabei die beiden Themen miteinander: Er beginnt die Passage mit einer Erläuterung der logischen Form und beendet sie mit der Kritik an Russells und Freges Zahlbegriff.

Diese Thematik ordnet Wittgenstein unter 4.1 ein, der Passage, in dem er die Aufgabe der Philosophie benennt. Wie wir im vorangehenden Abschnitt gesehen haben, kann sie nur gelöst werden, wenn es „die Sprache“ und damit bestimmte Kriterien gibt, anhand derer sich bestimmen lässt, was zur Sprache, zur Gesamtheit aller Sätze gehört. Zudem stellt Wittgenstein in Aussicht, dass es ein einziges Kriterium dafür gibt, ein allgemeinstes Merkmal, das alle Aussagesätze aufweisen: Die logische Form des Satzes, die allgemeinste Satzform. Er führt meines Erachtens dann in 4.12 die Unterscheidung von Sagen und Zeigen ein, um die Rede über diese allgemeinste Satzform zu klären. Die allgemeinste Satzform beschreibt alle Sätze, die sich bilden lassen (vgl. 4.5), sie ist eine Variable (4.53), der einzige allgemeine Grundbegriff der Logik (5.472). Die allgemeinste Satzform ist das, was alle Sätze miteinander gemein haben (5.47), das Wesen des Satzes (5.471). Mit ihrer Definition wird das „Wesen aller Beschreibung" bestimmt und damit das „Wesen der Welt" (vgl. 5.472).[130]

Welchen Status haben diese Erläuterungen? Was tut Wittgenstein, wenn er im *Tractatus* dieses Grundzeichen bestimmt und bemerkt, dass das Wesen der Sätze darin besteht, logische Bilder zu sein, Ausdrücke ihrer Wahrheitsbedingungen, Wahrheitsfunktionen? Ich habe dafür argumentiert, dass er dabei über dasjenige redet, was sich an der Sprache zeigt und dass die Äusserungen dieser Rede keine Sätze, sondern Variable sind. Nur wenn man von der Grammatik der Umgangssprache ausgeht, hat die Bemerkung „Alle Sätze sind Wahrheitsfunktionen" die Form eines Satzes. Nur aus einer solch oberflächlichen Perspektive gibt es zwischen dieser Bemerkung und einem Satz wie „Alle Mäuse sind Käseliebhaber " eine Ähnlichkeit. Aus der Perspektive der logischen Grammatik ist hingegen sind „Alle Mäuse sind Käseliebhaber" und „Alle Sätze sind Wahrheitsfunktionen" grundverschieden. Überträgt man die bei-

[130] Sowohl der Sinn eines Satzes als auch seine Form gehören zu dem, was sich an der Sprache zeigt. Das wirft die Frage auf, ob und inwiefern Sinn und logische Form aufeinander bezogen sind. Ich denke, wenn Wittgenstein von der logischen Form redet, dann redet er davon, was Sätzen *gemeinsam* ist. Je nachdem, welche Gruppen von Sätzen man dabei im Blick hat, bezeichnet man die logische Form in einer anderen Weise. So haben z.B. „fa" und „gb" dieselbe besondere logische Form. Beide Sätze sind mit einer einstelligen Funktion gebildet. Doch auch Sätze mit verschiedenen besonderen logischen Formen haben etwas gemeinsam. Dies zeigt sich daran, dass sich eine Beschreibung der allgemeinsten Satzform geben lässt (vgl. 4.5 und 6). Ihnen ist gemeinsam, dass sie gemäss demselben formalen Gesetz aus Elementarsätzen gebildet sind.

Wenn es hingegen darum geht, einen Satz von allen anderen Sätzen zu *unterscheiden*, dann interessiert man sich für den Sinn dieses Satzes. Wenn es um Fragen der logischen Folgerung und der Gültigkeit von Argumenten geht, dann hat man insbesondere nicht nur die logische Form des Satzes im Blick, sondern auch seinen Sinn. Wenn es um die Folgerungsbeziehungen des Satzes geht, dann interessiert man sich für den Satz, insofern er einen bestimmten Sinn und damit bestimmte Wahrheitsbedingungen hat, die sich vom Sinn und den Wahrheitsbedingungen aller anderen Sätze unterscheiden. Man interessiert sich dann also nicht bloss für die logische Form des Satzes, sondern für seine Form und für seinen Inhalt (vgl. 3.13). Zu beachten ist, dass man sowohl dann von Symbolen redet, wenn man von der logischen Form redet, als auch dann, wenn man vom Sinn von Sätzen spricht.

den umgangssprachlichen Zeichen in Begriffsschrift, dann wird der Unterschied deutlich. Der erste Ausdruck lautet dann (x) (fx $\supset$ gx), der zweite hingegen $\left[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})\right]$. Letzteres ist die gesuchte allgemeinste Satzform, die Definition des Satzes, die Wittgenstein in 6 gibt.

In den folgenden Abschnitten will ich diesen Unterschied weiter erläutern. Ich lege dar, wie Wittgenstein Variablen auffasst und wie Allaussagen. Ich lege ausserdem dar, wie Wittgenstein Aussagen analysiert, die formale Begriffe enthalten.

3. 3. Allgemeinheit zum Ersten: Klassen

Ich habe darauf hingewiesen, dass in der Rede über die logische Form oder über das, was sich an Sätzen zeigt, ein gemeinsames Merkmal von Sätzen bezeichnet wird. Ich behaupte, dass die Äusserungen, in denen ein solches Merkmal bezeichnet wird, Variablen sind. Im Folgenden lege ich dar, was ich damit meine. Ich erläutere insbesondere, warum man, wenn man ein solches Merkmal an einem Satz erkennt, auch erkennt, wie sich der Satz verallgemeinern lässt. Ich zeige auf, wie in der Rede von einem charakteristischen Merkmal eines Satzes eine Variable gebildet wird. Meine Darstellung stützt sich auf die Passage unter 3.3 im *Tractatus*.

In meiner Darstellung gehe ich von einem Beispiel aus. Vergleicht man die folgenden drei Sätze, so kann man feststellen, dass alle drei etwas gemeinsam haben.

(1) „Max singt“, „Vera singt“, „Pavarotti singt“

Die Gemeinsamkeit, die ich meine, besteht darin, dass in jedem dieser Sätze von jemandem behauptet wird, dass er bzw. sie singt. Es lässt sich deshalb aus jedem dieser Sätze schliessen, dass es jemanden gibt, der singt. Das ist der erste Aspekt. Indem wir von einem Satz zum anderen übergehen, bemerken wir weiter, dass sich ein Satz aus dem anderen erzeugen, indem jeweils ein Name durch einen anderen ersetzt wird. Der Name *variiert*, während der Ausdruck „singt“ konstant bleibt. Indem wir den Ausdruck konstant halten und den Namen variieren, können wir weitere Sätze nach diesem Muster bilden. Wichtig dabei ist, dass wir einen Teil des Satzes konstant halten, der für den Sinn des Satzes charakteristisch ist und den der Satz mit anderen Sätzen gemeinsam haben kann.

Der Ausdruck bezeichnet also einen Teil des Satzsinnes, den Sätze gemeinsam haben können (vgl. 3.31). Dass dem so ist, zeigt sich eben daran, dass man aus jedem der drei Sätze in (1) schliessen kann, dass jemand singt. Der Sinn von „Jemand singt“ ist also in jedem der drei Sätzen enthalten, (vgl. 5.122.) Es ist charakteristisch für den Sinn von „Max singt“, dass in diesem Satz von einem bestimmten Gegenstand (Max) dasselbe gesagt wird wie mit „Vera singt“ von einem bestimmten anderen Gegenstand (Vera). Der Gegenstand, von dem etwas gesagt wird, variiert von Satz zu Satz, doch von den verschiedenen Gegenständen wird in allen Sätzen dasselbe ausgesagt. Die Gemeinsamkeit des Sinnes besteht darin, dass die Art und Weise, wie die Sätze gebildet sind, jedes Mal gleich ist.

Zwei Aspekte geraten also in den Blick, wenn wir der Gemeinsamkeit von solchen Sätzen nachgehen: Der Ausdruck und Möglichkeit, beliebig weitere gleichartige Sätze mit diesem

Ausdruck zu bilden. Indem wir den Ausdruck erkennen, erkennen wir zugleich die Klasse *aller* Sätze, die mit diesem Ausdruck nach einem bestimmten Muster gebildet sind. Die beiden Aspekte sind aufeinander bezogen, gehören wechselseitig zusammen. Dieser Punkt ist entscheidend für Wittgensteins Erklärung von Variablen des ersten Typs. Ist die Gemeinsamkeit der Symbole „Max singt" und „Vera singt" einmal erfasst, so fasst man die Sätze als zugehörig zu einer Klasse von Sätzen auf. Und zwar zur Klasse aller Sätze, die genau diese Gemeinsamkeit teilen, die also mit demselben Ausdruck in derselben Weise gebildet sind. Das Erfassen solcher Gemeinsamkeiten zwischen Sätzen ist also für Wittgenstein dasselbe wie das Zusammenfassen von Sätzen zu Klassen, die nach demselben Muster gebildet sind.

Diese Beobachtungen lassen sich nun dadurch verdeutlichen, dass wir die Begriffsschrift verwenden. Indem wir die Gemeinsamkeiten der Sätze in (1) erkannt haben, haben wir die Sätze zerlegt: Wir haben den Ausdruck als Satzteil, der eine Gemeinsamkeit des Satzsinnes bezeichnet, vom Namen unterschieden. (Vgl. dazu auch Kapitel 2.2.2). In (1) markiert jeweils der Name einen Unterschied des Satzsinnes (sonst hätten wir dreimal denselben Satz) [131]. In Begriffsschrift notieren wir die drei Sätze aus (1) deshalb so:

(2) „fa", „fb", „fc"

Um die Sätze in (1) in Begriffsschrift zu übersetzen und dasjenige klar zum Ausdruck zu bringen, was sie als Symbole gemeinsam haben und was sie voneinander unterscheidet, müssen die Beobachtungen, die ich in den vorangehenden Absätzen beschrieben habe, bereits gemacht worden sein. In (2) wird der erste Aspekt der Beobachtung verdeutlicht. Den zweiten

[131] Die Sätze „Max singt" und „Max liebt Emma" haben zwar einen Namen gemeinsam, aber sie haben keinen Teil des Sinns gemeinsam. Das zeigt sich wiederum an den logischen Beziehungen der Sätze. Ich bin also der Ansicht, dass Namen keine Ausdrücke sind. Anderer Auffassung ist z.B. Ricketts in Ricketts, 2013, S. 130. Entgegen Ricketts betone ich den Unterschied der jeweiligen Rolle stärker, die das Funktionszeichen und der Name im Satz je spielen. Dieser Unterschied ergibt sich meines Erachtens daraus, dass diese zwei Symboltypen für die Bestimmung der logischen Beziehungen des Satzes je eine andere Rolle spielen. Meines Erachtens ist dieser Unterschied für Wittgensteins Erklärung der Variablen zentral: Die Funktion bleibt konstant, während die Namen variieren. Deshalb denke ich auch, erneut im Gegensatz zu Ricketts, dass φa keine Variable ist, ja überhaupt kein wohlgeformter Ausdruck. Für Frege ist φa ein wohlgeformter Ausdruck (vgl. *Begriffsschrift* §9), aber nicht für Wittgenstein. Der Ansicht, dass Wittgenstein φa als einen wohlgeformten Ausdruck auffassen würde, ist auch Frascolla, vgl. 2007, S. 115.

Aspekt, nämlich, dass beliebig weitere Sätze mit demselben Ausdruck nach demselben Muster gebildet werden können, können wir ebenfalls in Begriffsschrift ausdrücken:

(3) fx

(3) bezeichnet den Ausdruck, der gleichbleibt, während die Namen variieren. Wittgenstein nennt dabei das ganze begriffsschriftliche Zeichen fx Variable. Es macht deutlich, dass alle Sätze in (2) gleiche einstellige Funktionen verschiedener Argumente sind. Indem der Ausdruck festgesetzt wird und indem angezeigt wird, dass *ein* Name variiert, wird bestimmt, wie Sätze nach ein und demselben Muster mit diesem Ausdruck gebildet werden. Damit werden zugleich alle diese Sätze bezeichne. Deshalb ist mit dem Zeichen „fx“ auch festgesetzt, welches die möglichen Werte dieser Variable sind. Es wird eine Satzklasse bestimmt, (vgl. 3.316–317).

In der begriffsschriftlichen Notation der Variable werden logische Beziehungen deutlich zum Ausdruck gebracht oder eben *gezeigt*. Es geht hier um Beziehungen, die sich zwar in Aussagesätzen zeigen, die aber keine Folgerungsbeziehungen sind.[132] Die logische Beziehung zwischen den Sätzen „fa“ und „fb“ besteht ja nicht darin, dass der Sinn eines Satzes im Sinn des anderen Satzes enthalten ist (vgl. 5.121). Die beiden Sätze sind sogar logisch voneinander unabhängig, aber trotzdem gibt es eine logische Beziehung zwischen ihnen, die sich eben darin zeigt, dass „fa“ und „fb“ als Elemente derselben Satzklasse aufgefasst werden können. Diese logische Beziehung wird auch daran deutlich, dass aus beiden Sätzen der Satz „(∃x)(fx)“ folgt. Abgesehen davon, dass in beiden Sätzen von verschiedenen Gegenständen die Rede ist, wird in beiden Sätzen eben auch etwas Gemeinsames bezeichnet.

Das Zeichen für eine Satzklasse ist die Verallgemeinerung eines Satzes. Für Wittgenstein besteht also Verallgemeinern darin, dass ein Satz zu einer Satzklasse verallgemeinert wird.

[132] Es seien hier noch zwei Ergänzungen angeführt: Erstens zeigen sich auch Folgerungsbeziehungen. Diese Beziehungen können ebenfalls durch die Verwendung der Begriffsschrift gezeigt werden. Die Sätze, welche in bestimmten Folgerungsbeziehungen stehen, werden dabei so notiert, dass deutlich wird, dass der Sinn eines Satzes im Sinn eines anderen enthalten ist. Zweitens sind Folgerungsbeziehungen, wie alle logischen Beziehungen, keine eigentlichen Beziehungen. Es handelt sich vielmehr um interne Beziehungen – um Merkmale von Zeichen in einem bestimmten Gebrauch –, die von eigentlichen Beziehungen unterschieden werden müssen.

(Vgl. *Prototractatus*[133] 5.00531 und 5.00533. In diesen Bemerkungen sagt Wittgenstein explizit, dass die Variable ein verallgemeinerter Satz ist.) In meinem Beispiel ist die Variable fx also sowohl das Zeichen für eine Satzklasse als auch die Verallgemeinerung eines Satzes. Einen Satz dadurch zu verallgemeinern, dass ein Teil konstant gehalten wird und der Rest variiert wird, ist dasselbe wie alle Werte der Variable festzusetzen.[134] „Die Festsetzung der Werte *ist* die Variable" (3.316).[135]

Aber inwiefern sind denn so alle Sätze festgesetzt? Wir haben ja bloss erkannt, wie wir weiter Sätze nach demselben Muster bilden und ein Zeichen gefunden, mit dem sich diese Erkenntnis ausdrücken lässt. Wie haben wir so alle solchen Sätze bezeichnet? Die Satzklasse ist dadurch bezeichnet, dass für jeden Satz bestimmt ist, ob er Element von fx ist oder nicht. Dies beruht darauf, dass die Variable das Muster liefert, nach welchem die Sätze zu bilden sind, die ihre Werte sind. Dieser Punkt lässt sich am Beispiel eines zweistelligen Prädikates verdeutlichen: Zur Satzklasse, die g(x,x) beschreibt, gehören solche Sätze wie g(a,a) oder „g(b,b). Zu dieser Satzklasse gehören also diejenigen Sätze, die mit Hilfe einer bestimmten zweistelligen Funktion in einer bestimmten Weise gebildet sind, und zwar so, dass zweimal dasselbe Argument verwendet wird. ga ist daher nicht Element von g(x,x). Auch der Satz g(a,b) ist kein Element dieser Satzklasse, denn auch dieser Satz ist nicht in der richtigen Weise gebildet. Indem die Variable das Muster oder die Regel bezeichnet, nach der ihr Werte gebildet sind, ist zugleich der Bereich ihrer Werte festgesetzt. (Dass Wittgenstein Variablen so erklärt, dass der Bereich ihrer Werte in der eben geschilderten Weise bestimmt ist, spielt in seiner Kritik an Russells Typentheorie eine Rolle. Darauf komme ich in Kapitel 4 zurück.)

Wichtig für die exegetische Fragestellung dieses Kapitels ist die Feststellung, dass es nicht dasselbe ist, eine Variable zu bilden wie den begriffsschriftlichen Ausdruck für eine Variable zu bilden. Die Variable wird dadurch gebildet, dass Sätze in einer bestimmten Weise verall-

[133] Wittgenstein,1971.

[134] Hier unterschlage ich den Punkt, der massgeblich für die Umständlichkeit der ersten unter (1) gegebenen Erklärung verantwortlich ist, nämlich dass der konstante Satzteil denjenigen Teil des Satzsinnes charakterisiert, den der Satz mit anderen Sätzen gemeinsam haben kann.

[135] Ich lese diese Bemerkung also so: Die Variable fx *ist* die Festsetzung ihrer Werte. Die Werte werden also nicht durch eine separate Liste festgesetzt, wie z.B. Varga von Kibéd behauptet, vgl. Varga von Kibéd, 1993.

gemeinert werden, dass also ausgehend von einem Satz ein Muster[136] erkannt und zum Ausdruck gebracht wird, das Muster, nach dem weitere Sätze in derselben Weise gebildet werden können. Dieses Muster, das charakteristische Merkmal der Sätze, lässt sich sowohl in der Umgangssprache bezeichnen, als auch in Begriffsschrift. Tut man dies, so redet man davon, was sich an Sätzen zeigt.

Gemeinsamkeiten von Sätzen bestehen darin, dass sie nach demselben Muster gebildet sind. Diese Einsicht ist grundlegend für den Satzbegriff des *Tractatus*. Es ist allerdings zu beachten, dass es verschiedene Möglichkeiten gibt, Sätze nach einem Muster zu bilden. Eine Möglichkeit besteht darin, alle die Sätze zu bilden, die denselben Ausdruck enthalten. Diese Möglichkeit habe ich ausgehend von (1) thematisiert. Wir können dabei in der Verallgemeinerung noch einen Schritt weiter gehen und nicht nur die Sätze in den Blick nehmen, die mit dem Ausdruck „singt“ gebildet sind, sondern alle Sätze, die mit einem Ausdruck gebildet sind und einen Namen enthalten, also fx und gx und so weiter. Wir sehen dann alle Sätze, die nach einer bestimmten Form gebildet sind: φx.

Wenn nun Wittgenstein sagt, dass Sätze Bilder sind, und beschreibt, was charakteristisch für ein Bild ist, dann leitet er uns an zu sehen, dass wir *immer*, wenn wir Aussagen machen, Äusserungen nach einem bestimmten Muster bilden. Dieses Muster ist allgemeiner als das eben besprochene, es ist die allgemeinste Form, nach der Sätze überhaupt gebildet sind. Nicht alle, aber manche Sätze des *Tractatus* weisen auf das charakteristische Merkmal von Sätzen überhaupt hin. Indem Wittgenstein bemerkt: „Der Satz ist eine Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen,“ macht er auf dieses charakteristische Merkmal aufmerksam. Mit dieser Rede bildet er ein Zeichen, das alle Sätze bezeichnet. Anstatt von Sätzen können wir dann auch von Wahrheitsfunktionen reden, und zwar nicht nur im Fall von „Pavarotti singt oder Callas spricht“ oder „Ludwig der XIII. ist ein Nachfolger von Franz I.“, sondern in *allen möglichen* Fällen. Wir verallgemeinern ausgehend von Sätzen, die gemäss dem Muster von *Tractatus* 4.1273 gebildet sind, und von Sätzen, die gemäss dem Muster von *Tractatus* 4.31 gebildet sind, und gelangen so zu der Art und Weise, wie Sätze überhaupt gebildet werden. Wenn wir

[136] Mit „Muster“ verwende ich hier einen Begriff, der später in Wittgensteins Philosophie wichtig wird. Ich will damit nicht behaupten, dass im *Tractatus* der Begriff der Variable denjenigen des Musters vorwegnimmt. Allerdings gibt es meines Erachtens durchaus eine Parallele: Variablen sind sprachliche Bestimmungen, die von Definitionen zu unterscheiden sind. Letztere sind Substitutionsregeln. Die Differenzierung zwischen Variablen und Definitionen scheint mir derjenigen analog zu sein zwischen hinweisender Erklärung eines Namens mit einem Muster und der Erklärung, in der ein Wort durch ein anderes ersetzt wird. Vgl. *Big Typescript*, TS 2013, 56r, in Wittgenstein 2000.

so verallgemeinern, bilden wir keinen Satz, sondern eben eine Variable. Diese bezeichnet dasjenige, was allen Sätzen gemeinsam ist, und diese Gemeinsame ist nichts anderes als die Regel, nach der alle Sätze gebildet werden. Das Muster, das wir dabei entdecken, ist aber von einem anderen Typ als das eben besprochene. Die Gemeinsamkeit, die Sätze überhaupt vereint, besteht darin, dass sie Schritt für Schritt mit derselben Operation aus Elementarsätzen erzeugt sind. Sie sind Glieder derselben Formenreihe. Dieses Muster nennt Wittgenstein allgemeinste Satzform.

Ich fasse nun dasjenige in vier Punkten zusammen, was an Wittgensteins Auffassung der Variable ersten Typs für meine Erörterung entscheidend ist:

Substitution: Wittgenstein deutet Variablen substitutionell. Das Zeichen fx wird dadurch gebildet, dass ausgehend von einem Satz „fa" „f" festgehalten und „a" variiert wird. [137] Anstelle von „x" kann umgekehrt wieder ein Name eingesetzt werden. Dadurch wird ein Wert der Variable gebildet. „x" referiert nicht, vertritt keinen Gegenstand.[138]

[137] Dabei greift Wittgenstein einmal mehr eine Idee Russells auf und entwickelt sie weiter. Russell versucht dadurch, dass er Ausdrücke zerlegt und Teile variiert, zu bestimmen, was Ausdrücke derselben Form sind (vgl. Grattan-Guinness, 2000, S. 382). 1913, zu der Zeit, als Wittgenstein sein Schüler geworden ist, beschäftigt er sich intensiv mit dem Begriff der logischen Form. Mit diesem Begriff versucht er zu definieren, was Gegenstand der Logik ist (vgl. op. cit., S. 416). Auch bei Russell wird die logische Form über einen Prozess der Verallgemeinerung gewonnen und mit Variablen bezeichnet. Zwei Komplexe derselben Form können durch Substitution ihrer Konstituenten auseinander erzeugt werden (vgl. Russell, 1984, S. 113). Wittgenstein kritisiert Russell, weil er die Typentheorie braucht, um zu gewährleisten, dass nur Terme gleichen Typs füreinander substituiert werden. Im Januar 1913 schreibt er an Russell: „What I am *most* certain of is [...] the fact that all theory of types must be done away with by a theory of symbolism showing that what seem to be *different kinds of things* are symbolised by different kinds of symbols which *cannot* possibly be substituted in one another's place" (McGuinness, 2008). Vgl. auch mein Kapitel 4.1.
[138] Damit unterscheidet sich Wittgensteins Deutung von „x" von derjenigen Freges. Für Frege deutet „x" in unbestimmter Weise einen Gegenstand an. Gemäss Frege ist in „fa „von einem bestimmten Gegenstand, in „fx" von allen Gegenständen die Rede, wobei „fx" ein allgemeiner Satz ist. Der Quantor bzw. bei Frege die Höhlung deutet nicht Allgemeinheit an, sondern wird gebraucht, um zwischen innerer und äusserer Verneinung zu unterscheiden. Der entscheidende Unterschied zwischen Frege und Wittgenstein besteht darin, dass Frege „fx" als Satz auffasst, der eine Variable enthält, während

Bereich: Dadurch, dass eine Variable bestimmt wird, wird für jeden Satz festgesetzt, ob er Element der zur Variable gehörigen Satzklasse ist oder nicht. Die Variable „fx“ beschreibt die Sätze, die als Funktionen eines Namens gebildet sind und die den von der Variablen bezeichneten konstanten Ausdruck enthalten. „fa ∨ fb“ ist kein Element dieser Satzklasse, da dieser Satz nicht in der von der Variablen bestimmten Weise gebildet ist. Dieser Satz ist aus zwei Elementen der Satzklasse „fx“ gebildet und ist das Resultat einer Wahrheitsoperation, die auf diese „fa“ und „fb“ angewendet worden ist. Auch „ga“ ist kein Element dieser Satzklasse, da dieser Satz einen anderen Ausdruck enthält als „fa“.

Kontextprinzip: Auch für Variablen gilt das Kontextprinzip. „x“ hat isoliert keine Bedeutung. Durch „x“ allein werden nicht die Werte einer Variablen festgesetzt. Deshalb ist es unklar, was das isolierte „x“ verallgemeinert. Für Wittgenstein ist denn auch nicht das isolierte „x“ die Variable, sondern erst der ganze Ausdruck „fx“.[139]

Allgemeinheit: Wittgenstein deutet Variablen als Zeichen, welche Allgemeinheit ausdrücken. Sie bezeichnen alle Sätze, die einen Teil des Sinnes gemeinsam haben, indem sie das charakteristische Merkmal dieser Gemeinsamkeit, den Ausdruck, bezeichnen.

Wittgenstein den ganzen Ausdruck als Variable auffasst. Vgl. Frege, *Grundgesetze* §8; vgl. *Begriffsschrift*, §1, S. 5. Vgl. auch Kapitel 2.2.

[139] Im Gegensatz zu Potter halte ich das Kontextprinzip für zentral für Wittgensteins Erklärung von Variablen. Vgl. Potter, 2009.

3. 4. Allgemeinheit und allgemeine Sätze

Ich habe gesagt, dass für Wittgenstein Verallgemeinerung darin besteht, einen Satz zu einer Satzklasse zu verallgemeinern und dass dazu ausgehend von einem Satz eine Variable gebildet wird, mit der die Satzklasse beschrieben wird. Nun werden Variablen nicht nur dazu gebraucht, um Satzklassen zu beschreiben, sondern auch, um allgemeine Sätze zu bilden. In diesem Abschnitt diskutiere ich Wittgensteins Erklärung allgemeiner Sätze wie „Alle Velofahrer singen“ oder „Jemand singt“. Wittgenstein fasst Variablen als Zeichen auf, mit denen Allgemeinheit ausgedrückt wird. Er übernimmt die Notation allgemeiner Sätze von Frege und Russell: Wie diese notiert er allgemeine Sätze als Funktionen, die Variablen als Argumente haben; „(x) (fx ⊃ gx)“, „(∃x) (gx)“. Wie für Russell und Frege ist also auch für Wittgenstein die Variable ein Zeichen, mit dem Allgemeinheit ausgedrückt wird. (Zu Freges Erklärung vgl. Kapitel 2.2.1.) Aber er erklärt die Notation anders als Frege und Russell. Und zwar erklärt er nicht nur die Variable anders, sondern auch der Quantor.

Gemäss Wittgenstein ist der Satz Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen. In einem allgemeinen Satz werden die Wahrheitsbedingungen mit einer Variablen bezeichnet. Um zu erläutern, wie Wittgenstein allgemeine Sätze erklärt, will ich deshalb zunächst auf die Bestimmung des Satzes als Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen eingehen.

Die Wahrheitsbedingungen eines Satzes werden durch Elementarsätze[140] bezeichnet. Wittgenstein fasst Sätze auf als „Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze“ (4.4). Die Wahrheit und Falschheit eines Satzes ist bedingt durch diese „Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze“ (4.41). Diese Formulierung tönt kompliziert, sie lässt sich aber mit Wittgensteins Wahrheitstafelnotation veranschaulichen.

Wittgenstein stellt fest, dass sinnvolle Sätze bipolar sind: Sie können wahr sein oder falsch sein, sie haben also zwei Wahrheitsmöglichkeiten (vgl. 4.06 ff., vgl. auch 4.46). (Dies im Unterschied zu den sinnlosen Sätzen der Logik, den Tautologien und Kontradiktionen, die wahr unter jeder Bedingung, respektive falsch unter jeder Bedingung sind.) Wie werden nun aus

[140] Elementarsätze sind voneinander logisch unabhängig. Das heisst, ob ein Elementarsatz wahr oder falsch ist, ist nicht bedingt durch die Wahrheit oder Falschheit eines anderen Elementarsatzes, vgl. 5.152. (Die Wahrheitsbedingungen eines Satzes werden immer von logisch voneinander unabhängigen Sätzen bezeichnet. In einer vollständigen logischen Analyse, in der jeder Satz qua Notation von allen anderen Sätzen unterschieden ist, werden die Wahrheitsbedingungen durch Elementarsätze bezeichnet.)

den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze Wahrheitsbedingungen von Sätzen im Allgemeinen? Seien p und q zwei Elementarsätze. Es ergeben sich vier Möglichkeiten, Wahrheitswerte auf p und q zu verteilen, also vier Wahrheitsmöglichkeiten für p und q.

Folgende Wahrheitstafel illustriert die Wahrheitsmöglichkeiten zweier Elementarsätze:

p	q
w	w
f	w
w	f
f	f

Wahrheitstafel I

Sei nun ein Satz, dessen Wahrheit und Falschheit durch die Wahrheitsmöglichkeiten von p und q bedingt ist. Der Satz wird also wahr oder falsch sein in Abhängigkeit davon, ob p und q wahr oder falsch sind. Sein Sinn bestimmt sich dadurch, in welcher Weise seine Wahrheit von der Wahrheit oder Falschheit von p und q abhängt. Der Satz ist in dieser Weise „Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze“ (4.3). Dieser „Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung“ lässt sich wiederum mit Wahrheitstafel illustrieren. Sei der Satz z.B. genau dann wahr, wenn p und q falsch sind, sonst wahr. Wir notieren ihn so:

p	q	
w	w	w
f	w	w
w	f	w
f	f	f

Wahrheitstafel II

Die Wahrheitstafel II ein Satzzeichen (4.442). Sie bezeichnet Möglichkeit, wie der Sinn eines Satzes in Abhängigkeit von den Wahrheitsmöglichkeiten von p und q bestimmt sein kann. (Insgesamt gibt es 16 Möglichkeiten, Sätze als Wahrheitsfunktionen von p und „q“ zu bilden, vgl. 4.42.)[141] Ein Satz, der mit der Wahrheitstafel II wiedergegeben werden kann, ist beispielsweise der Satz „Theaitetos sitzt oder Sokrates fliegt.“ Dieser Satz ist falsch, wenn es der Fall ist, dass Theaitetos nicht sitzt und Sokrates nicht fliegt, und ansonsten ist er wahr. (Eine andere logische Notation für diesen Satz wäre $p \vee q$.)

„Etwas fliegt“ ist in genau diesem Sinn auch ein Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen: Der Satz ist wahr genau dann, wenn (mindestens) einer der Sätze, welche durch die Variable „x fliegt“ beschrieben werden, wahr ist (vgl. 5.52). Der Unterschied zwischen „Theaitetos fliegt oder Sokrates sitzt“ und „Etwas fliegt“ besteht lediglich darin, dass die Elementarsätze, welche die Wahrheitsbedingungen des Satzes bilden, in den beiden Fällen je anders bestimmt werden. In „Theaitetos fliegt oder Sokrates sitzt“ werden sie durch Aufzählung bestimmt. In „Etwas fliegt“ werden sie dadurch bestimmt, dass sie durch eine Variable beschrieben werden, also dadurch, dass eine Satzklasse bestimmt wird.

Variablen beschreiben Satzklassen. Sie können deshalb verwendet werden, um Wahrheitsbedingungen anzugeben.[142] Eine Variable ist das Zeichen aller Sätze einer Satzklasse. Sie vertritt alle ihre Werte (5.501). Mit einer Variablen lassen sich somit Sätze bilden, deren Wahrheitswert davon abhängt, ob alle Sätze der Satzklasse wahr sind, ob alle falsch sind, ob nicht alle wahr sind oder ob nicht alle falsch sind. Auf dieser Grundlage lassen sich nun auch die Wahrheitsbedingungen allgemeiner Sätze bestimmen:

(4a) (x) (fx)

Der Wahrheitswert des in (4a) angeführten Satzes hängt von den Wahrheitswerten der Satzklasse „fx“ ab, und zwar ist dieser Satz genau dann wahr, wenn alle Sätze der Satzklasse „fx“ wahr sind. Entsprechend lassen sich die Wahrheitsbedingungen der folgenden Sätze (4b)–(4b) bestimmen:

(4b) ~ (x) (fx)

Dieser Satz ist wahr genau dann, wenn nicht alle Sätze der Satzklasse „fx“ wahr sind.

---

[141] Die Bestimmung, dass Sätze Ausdruck ihrer Wahrheitsbedingungen sind, gilt für alle Sätze, also auch für Elementarsätze. Das ergibt sich aus Bemerkung 4.45 mit n=1. Hacker irrt also, wenn er dies bestreitet (vgl. Hacker, 1986, S. 61f).

[142] Vgl. Anscombe, 1967, S. 143 f.

(4c) (x) (~fx)

Dieser Satz ist wahr genau dann, wenn alle Sätze der Satzklasse „fx“ falsch sind.

(4d) ~ (x)(~fx)

Dieser Satz ist wahr genau dann, wenn nicht alle Sätze der Satzklasse „fx“ falsch sind.

Ich interpretiere also Wittgensteins Bemerkung in 5.521 – „Ich trenne den Begriff *Alle* von der Wahrheitsfunktion“ – folgendermassen: „Alle“ bezieht sich auf die Art und Weise, wie die Elementarsätze bestimmt werden. In einem „All-Satz“, einem allgemeinen Satz werden sie durch die Variable ersten Typs als die Sätze einer Klasse bestimmt. Der Sinn des allgemeinen Satzes ist damit genau in derselben Weise bestimmt, wie das in einem singulären Satz geschieht, nämlich durch Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsbedingungen der Elementarsätze. Der Unterschied zwischen allgemeinen und singulären Sätzen besteht bloss darin, wie die Elementarsätze angegeben werden. Der Unterschied besteht nicht in der Weise, wie diese wahr oder falsch sind. [143]

Ich habe in den letzten Absätzen erklärt, wie allgemeine Aussagen als wahr oder falsch in „Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung“ mit den Wahrheitsmöglichkeiten bestimmter Elementarsätze bestimmt sind. Wittgensteins Erklärung der Notation allgemeiner Sätze wie „(x) (fx)“ oder „(∃x) (fx)“ steht noch aus. Wittgenstein fasst „()“ und „∃“ als Operationszeichen auf, ebenso wie er auch die logischen Junktoren als solche auffasst. Sätze, die mit solchen Zeichen notiert werden, sind Wahrheitsoperationen. Wittgenstein hält fest, dass Wahrheitsfunktionen im Allgemeinen als Resultate von Wahrheitsoperationen notiert werden können, die auf Elementarsätze angewendet werden (die Elementarsätze als „Basen“ haben; vgl.

[143] Darauf weist Russell in seiner Einleitung zur englischsprachigen Ausgabe des *Tractatus* hin „Wittgenstein’s method of dealing with general propositions […] differs from previous methods by the fact that the generality comes only in specifying the set of propositions concerned, and when this has been done the building up of truth-functions proceeds exactly as it would in the case of a finite number of enumerated arguments p, q, r, …“ (London, Kegan Paul, 1922).“ Wittgenstein kritisiert Frege und Russell dafür, dass diese nicht richtig zwischen den beiden „Ideen“ (Allgemeinheit und Satzbildung) unterschieden haben. Für Wittgensteins Kritik vgl. Anscombe 1967, S. 142f. Vgl. z.B. auch Soames, 1983, S. 574. Soames’ Überlegungen dazu, dass es möglich ist, dass die Anzahl der Namen endlich ist und dann der allgemeine Satz als singulärer Satz hingeschrieben werden könnte, sind meines Erachtens aber unzutreffend. Vgl. auch Ricketts, 2013, S. 133.

5.234). In „(x) (fx)“ beschreibt also die Variable „fx“ die Basen, auf welche die Wahrheitsoperation angewendet wird. Das Satzzeichen wird durch das Zeichen für die Operation und das Zeichen für die Satzklasse, auf welche diese angewendet wird, geformt. Auf den Begriff der Operation gehe ich ausführlich im Kapitel 5 ein.

3. 5. Allgemeinheit zum Zweiten: Reihen

In den vorangehenden Abschnitten habe ich ausgeführt, dass Wittgenstein wie Frege Variablen als Zeichen versteht, die Allgemeinheit ausdrücken, Variablen und Allgemeinheit aber anders erklärt als Frege. Nun erklärt Wittgenstein Variablen nicht nur anders als Frege, sondern er erweitert auch die Begriffsschrift um Variablen eines zweiten Typs. Er unterscheidet nämlich zwischen zwei Weisen, wie Sätze verallgemeinert werden können, und entsprechend unterscheidet er auch zwischen zwei Typen von Variablen. Dieser Abschnitt ist der Diskussion des zweiten Typs von Variablen gewidmet und der Frage, wie sich mit diesen Variablen Sätze bilden lassen. Ich beziehe mich dabei auf die Passage unter 4.12.

Wittgenstein bemerkt, dass neben der Verallgemeinerung eines Satzes zu einer Satzklasse eine zweite Weise des Verallgemeinerns möglich ist. Ein Satz kann auch zu einer Reihe verallgemeinert werden. Oder anders gesagt: Wittgenstein entdeckt, dass sich Reihen als Satzreihen auffassen lassen. Er deutet dann implizite Definitionen von Reihen als Variablen. Deshalb, so seine Idee, lassen sich Reihen als Resultate einer Verallgemeinerung verstehen. Neben Variablen wie „fx“ oder „xRy“, mit denen Sätze als Elemente von Klassen beschrieben werden, lässt sich entsprechend eine zweite Art Variablen bilden, die Sätze als Glieder von Satzreihen beschreibt. Wittgenstein nennt solche Satzreihen *Formenreihen* (vgl. 4.1252).

Im *Prototractatus* hält Wittgenstein in der Passage, in der er diesen zweiten Variablentypen einführt, explizit fest, dass er damit eine zweite Weise Sätze zu verallgemeinern anerkennt: Vgl. *Prototractatus* 5.005341: „Diese zweite Art der Verallgemeinerung, die man die *formale* nennen kann, ist von Russell und Frege übersehen worden.“ Wittgenstein entdeckt nicht nur eine zweite Art, Sätze zu verallgemeinern, sondern er entwickelt auch eine Notation, die diese Verallgemeinerung ausdrückt. Mit dieser Notation lässt sich seiner Ansicht nach ein zentrales Problem der Logik lösen, ein Problem das auch Frege und Russel beschäftigte, nämlich die Analyse von Anzahlaussagen und die Erklärung von logischen Schlüssen, die Anzahlaussagen enthalten. Darauf gehe ich im Kapitel 4 ausführlich ein.[144]

---

[144] In den *Philosophischen Untersuchungen* kommentiert Wittgenstein, was er inzwischen von solchen Entdeckungen in der Philosophie hält. „Die Ergebnisse der Philosophie sind die Entdeckung irgendeines schlichten Unsinns und Beulen, die sich der Verstand beim Anrennen an die Grenze der Sprache geholt hat. Sie, die Beulen, lassen uns den Wert jener Entdeckung erkennen“ (PU 119). Dieser Kommentar lässt sich meines Erachtens in Bezug auf seine im *Tractatus* präsentierte Entdeckung eines neuen logischen Zeichens lesen. Das wird im Fortgang klar: „Es ist nicht Sache der Philosophie, den Widerspruch durch eine mathematische, logisch-mathematische, Entdeckung zu lösen. Sondern den

Warum handelt es sich bei einer Reihenbildung um eine Verallgemeinerung? Und warum lassen sich Zeichen, die Reihen beschreiben, als Variablen deuten? Zunächst einmal besteht eine Analogie zwischen der Beobachtung, die zur Bildung einer Satzklasse führt, und der, die zur Reihenbildung führt. Von einem Satz auf andere Sätze übergehend, bemerkt man eine Gemeinsamkeit. Eine Gemeinsamkeit, die darin besteht, dass die Sätze nach ein und demselben Muster gebildet sind. (Die Art des Musters ist bei den beiden Verallgemeinerungen je verschieden.) Dann beinhaltet beide Male die Entdeckung des Musters, dass man von einem Satz ausgehend etwas am Satz konstant hält und den Rest variiert. Man begreift, wie sich beliebig Sätze nach demselben Muster bilden lassen, das heisst, man variiert Sätze einer bestimmten Form. Die Variable stellt diese Form dar und bezeichnet so die Sätze, die gemäss dieser Form gebildet sind. (Dabei heisst Form oder logische Form das, was Sätze gemeinsam haben, die nach demselben Muster oder derselben Regel gebildet sind.)

Der zweite Typ von Variablen funktioniert also in einer Hinsicht gleich wie der erste Typ: Es wird ein Zeichen gebildet, das das gemeinsame Merkmal bestimmter Sätze aufweist. Das Zeichen, die Variable, beschreibt mit diesem Merkmal die Sätze, ihre Werte. Sätze werden also dann als Glieder einer Formenreihe aufgefasst, wenn man bemerkt, was sie gemeinsam haben, wenn man das charakteristische Merkmal der Reihe entdeckt: Man erkennt an jedem der Sätze denselben „Zug" wieder.[145] Die Variable muss dann ein Zeichen sein, das dieses Merkmal aufweist. Dazu ein Beispiel:

Karl ist der Nachfolger von Franz.
Es gibt jemanden, der Nachfolger von Franz ist und dessen Nachfolger Karl ist.
Es gibt zwei, wobei der eine Nachfolger von Franz ist, der andere Nachfolger von diesem und Karl Nachfolger vom anderen.

Diese Sätze werden als Glieder einer Reihe erkannt, wenn man sieht, wie man beliebig weitere Sätze der Reihe bilden kann. Dann erkennt man das formale Gesetz, nach dem die

---

Zustand der Mathematik, der uns beunruhigt, den Zustand vor der Lösung des Widerspruchs, übersehbar zu machen. (Und damit geht man nicht etwa einer Schwierigkeit aus dem Wege)" (PU 125). Auf den Widerspruch, den er mit seiner Entdeckung der Variablen zweiten Typs gelöst zu haben glaubt, spielt Wittgenstein in 4.1272; vgl. dazu Anscombe 1967, S. 128.

[145] Vgl. 4.126: „Der Ausdruck der formalen Eigenschaft ist ein Zug gewisser Symbole [...]. Der Ausdruck des formalen Begriffes also, eine Satzvariable, in welcher nur dieser charakteristische Zug konstant ist."

Reihe gebildet ist. Dann hat man auch verstanden, wie man ausgehend von einem beliebigen Reihenglied das nächste Reihenglied bilden kann. Die Variable muss genau diese Erkenntnis ausdrücken.

Um die Variable zu bilden, braucht es dann einen weiteren Schritt: Man muss das Bilden des nächsten Satzes auf der Grundlage des vorangehenden als Operation begreifen. Dabei erläutert Wittgenstein den Begriff der Operation so: Legt man fest, wie man ausgehend von einem Glied das nächste konstruiert, so ist das dasselbe wie eine Operation angeben, mit welcher aus einem Glied das nächste erzeugt wird (vgl. 4.1273). Das gemeinsame Merkmal der Glieder einer Formenreihe besteht also darin, dass jedes Glied aus den vorhergehenden Gliedern der Reihe unter Anwendung derselben Operation konstruiert worden ist. Bei dieser fortgesetzten Anwendung der Operation wird jeder Satz zur Basis derselben Operation, mit welcher er selbst erzeugt wurde. Mit der Operation lässt sich deshalb angeben, wie die Reihe konstruiert wird.

Wittgenstein definiert also Reihen implizit, indem er die Konstruktionsvorschrift angibt, mit der die Reihe erzeugt wird, und deutet das Zeichen der impliziten Definition als Variable. Wie das im konkreten Fall aussieht, diskutiere ich im Folgenden an einem Beispiel aus dem *Tractatus*.

4.1273 Wollen wir den allgemeinen Satz: „b ist ein Nachfolger von a“ in der Begriffsschrift ausdrücken, so brauchen wir hierzu einen Ausdruck für das allgemeine Glied der Formenreihe:

$$aRb,$$
$$(\exists x)\ (aRx\ .\ xRb),$$
$$(\exists x, y)\ (aRx\ .\ xRy\ .\ yRb),$$
$$\ldots$$

Das allgemeine Glied einer Formenreihe kann man nur durch eine Variable ausdrücken, denn der Begriff: Glied dieser Formenreihe, ist ein *formaler* Begriff. (Dies haben Frege und Russell übersehen; die Art und Weise, wie sie allgemeine Sätze wie den obigen ausdrücken wollen, ist daher falsch; sie enthält einen circulus vitiosus.)

Wir können das allgemeine Glied der Formenreihe bestimmen, indem wir ihr erstes Glied angeben und die allgemeine Form der Operation, welche das folgende Glied aus dem vorhergehenden Satz erzeugt.

Meines Erachtens deutet Wittgenstein in der eben zitierten Bemerkung die logische Analyse des Satzes „b ist ein Nachfolger von a“ an. Er gibt nicht an, wie die Variable zu notieren ist. Er bemerkt bloss, dass eine Variable zweiten Typs zu bilden ist. Im Folgenden entwickle ich einen Vorschlag, wie sich diese Variable notieren lässt. Der Vorschlag beruht auf der Notation, die Wittgenstein in 5.2522 anführt: „Das allgemeine Glied einer Formenreihe a, O’a, O’O’a ... schreibe ich daher so, [a, x, O’x]‘.“

Die Aussage, dass b ein Nachfolger von a ist, ist gemäss der in 4.1273 angedeuteten Analyse der Satz, der wahr ist genau dann, wenn einer der Sätze der dort angeführten Formenreihe wahr ist (also der Satz auf der ersten Zeile, oder der Satz auf der zweiten Zeile oder ein Satz auf einer der nachfolgenden Zeilen).[146] Dieser Satz enthält die Variable. Als nächstes lege ich dar, wie die Variable gebildet wird. Dazu muss ich die Operation bestimmen, mit der ein jeder Satz der Reihe aus seinem Vorgänger gebildet werden kann.

Doch zunächst eine Bemerkung zur Bedeutung von „ist ein Nachfolger von“. Es gibt zwei Möglichkeiten, Wittgensteins Überlegung in 4.1273 zu explizieren. Zum einen lässt sich die Bemerkung so deuten, dass es Wittgenstein darum geht, den Begriff des Nachfolgers im engeren Sinn, der in der Definition der Zahlenreihe Anwendung findet, zu explizieren. Soll dieses Ziel erreicht werden, erfordert die Analyse des Satzes, der mit „b ist ein Nachfolger von a“ gebildet wird, mehr als Wittgenstein in der Bemerkung angibt. Der Sinn dieses Satzes beinhaltet nämlich, dass es für jeden Gegenstand nur einen direkten Nachfolger gibt. Auf die Analyse *dieses* Satzes gehe ich im nächsten Kapitel ein. Zum anderen lässt sich Wittgensteins Überlegung auch dahingehend explizieren, dass der Satz „b ist ein Nachfolger von a“ als einen Satz zu analysieren, mit dem nichts über die Eindeutigkeit des Nachfolgers gesagt wird. (In dem Sinne, wie etwa die Apostel und dann die Bischöfe als Nachfolger Jesu gelten.) Diese Analyse diskutiere ich im Folgenden. Es stellt sich also im Folgenden die Frage, wie der Sinn von „b ist ein Nachfolger von a“ im zweiten Fall zu explizieren ist.

Die Aussage, dass b ein Nachfolger von a ist, ist als Aussage zu explizieren, dass a entweder in einer bestimmten Relation R zu b steht, oder dass es *einen* Gegenstand gibt, so dass a in dieser Relation zu ihm und er in derselben zu b steht, oder dass es *zwei* Gegenstände gibt, so dass a in dieser Relation zum ersten, der erste in derselben Relation zum zweiten und der

[146] Man beachte, dass beim umgangssprachlichen Beispiel, das ich oben gegeben habe, die Sätze der Reihe nicht einfach den begriffsschriftlichen Sätzen aus 4.1273 entsprechen. Die Aussage „Karl ist der Nachfolger von Franz“ wird in Begriffsschrift nicht mit „aRb“ wiedergegeben. Vielmehr beinhaltet sie alle Sätze der in 4.1273 notierten Reihe. Sie entspricht nämlich der Behauptung, dass der erste Satz der Reihe wahr und alle anderen Sätze falsch sind.

zweite in derselben Relation zu b steht usw. („ist Nachfolger von" ist also selbst keine Relation und wird nicht durch „xRy" wiedergegeben. Vielmehr wird der Ausdruck aus einer Relation konstruiert, beziehungsweise durch Sätze, die mit dem Relationsausdruck gebildet sind. Diese Konstruktion gebe ich im Folgenden an.) Gesucht ist also eine rekursive Definition der Variablen, welche diese Formenreihe beschreibt.[147] Um eine solche Definition zu formulieren, gehe ich von folgenden Definitionen aus:

(5) $S^0(aRb) = aRb$ Def.;

$S^1(aRb) = (\exists x_1)\ (aRx_1 \,.\, x_1Rb)$ Def.;

Es gilt dann: $S^2(aRb) = (\exists x_2)\ (aRx_2 \,.\, S^1(x_2Rb)) = (\exists x_1,x_2)\ (aRx_2 \,.\, x_2Rx_1 \,.\, x_1Rb)$.

Somit lässt sich im Allgemeinen festsetzen:

(6) $S^{n+1}(aRb) = (\exists x_{n+1})(aRx_{n+1} \,.\, S^n\ (x_{n+1}Rb))$ Def.[148]

„$S^{n+1}(aRb)$" ist das Zeichen des variablen (beliebigen) Gliedes der Formenreihe. Die Formenreihe lässt sich somit wie folgt notieren:

(7) $[aRb, S^n\ (aRb), S^{n+1}(aRb)]$[149]

Mit (7) ist das Zeichen der Formenreihe gegeben: Das erste Reihenglied ist angegeben und die Operation, mit der aus einem beliebigen das Folgeglied erzeugt wird. Damit sind alle Sätze der Reihe bezeichnet.

„b ist ein Nachfolger von a" ist nun der Satz, der genau dann wahr ist, wenn einer der Sätze dieser Reihe wahr ist. Dieser Satz wird dadurch gebildet, dass auf die Satzreihe eine Operation angewendet wird, die N-Operation. (Wittgensteins Erklärung von Operationen diskutie-

---

[147] Vgl. Frascolla, 2007, S. 188. Frascolla übersieht allerdings, dass zur Konstruktion der Zahlenreihe zusätzlich Eindeutigkeit und Asymmetrie verlangt sind und die Explikation der Aussage, wie ich sie hier gebe, diese nicht beinhaltet.

[148] Die n-te Anwendung der Operation erzeugt also den n+1-ten Nachfolger. Indem ich die Operation ohne Apostroph notiere, zeige ich an, dass es sich nicht um eine eindeutige Reihe handelt. Vgl. dazu Kapitel 4.2; vgl. auch Soames, 1983, S. 587f. Anm. 33.

[149] Die Definition verdanke ich Adrian Frey. Er wusste, wie sich meine Überlegungen in Wittgensteins Notation ausdrücken lassen.

re ich im Kapitel 5.) Ein Satz der mit der N-Operation gebildet ist, ist wahr genau dann, wenn alle seine Basen falsch sind. Wir erhalten das folgende Satzzeichen:

(8) $N\ [aRb, S^n\ (aRb), S^{n+1}(aRb)]$

Der durch (8) ausgedrückte Satz ist der Satz „b ist kein Nachfolger von a“. Er ist wahr genau dann, wenn kein Glied der durch die Variable beschriebenen Formenreihe wahr ist. Wenden wir die N-Operation erneut auf diesen Satz an, erhalten wir den Satz:

(9) $NN\ [aRb, S^n\ (x_nRb), S^{n+1}(x_{n+1}Rb)]$

Dieser Satz ist wahr genau dann, wenn mindestens ein Glied der durch die Variable beschriebenen Formenreihe wahr ist. Damit ist der Sinn des Satzes „b ist ein Nachfolger von a“ analysiert.

Diese Analyse ist zentral für den *Tractatus*: Sie ermöglicht es Wittgenstein, auch einen Satz wie „b ist ein Nachfolger als von a“ als Ausdruck der Wahrheitsbedingungen von Elementarsätzen und also als Wahrheitsfunktionen auffassen. Im nächsten Kapitel lege ich dar, dass die hier dargelegte Analyse das Paradigma für die Analyse von Anzahlaussagen liefert. Auch Sätze wie „Jupiter hat drei Monde mehr als die Erde“ können damit als Wahrheitsfunktionen interpretiert werden. Auch solche Sätze werden somit von der allgemeinsten Satzform beschrieben. (Warum die allgemeinste Satzform alle möglichen Aussagesätze beschreibt, diskutiere ich in Kapitel 5.) Wittgensteins wahrheitsfunktionale Logik behandelt also auch Schlüsse, die mit solchen Sätzen gebildet sind. Mit dieser Analyse steht und fällt deshalb seine grundlegende Überzeugung, dass es nur Typ von Sätzen gibt, und damit „den Satz“, „die Sprache“ und schliesslich auch „die Logik“ (und „die Welt“).

4. Kritik an Frege und Russell

Wittgenstein verwendet die Begriffsschrift als Instrument, um Sätze zu analysieren und damit Gedanken zu klären. Er übernimmt dazu, so meine These, von Russell eine Notation und entwickelt diese weiter. Dadurch, dass Sätze in diese Notation übertragen werden, sollen die Gedanken, die wir in ihnen ausdrücken, geklärt werden. Woher aber nimmt Wittgenstein die Gewissheit, dass die Notation, die er verwendet, überhaupt zu diesem Zweck geeignet ist? Meines Erachtens beruht diese Gewissheit darauf, dass die Notation Probleme der Logik löst. Wittgenstein ist davon überzeugt, dass seine Version der Begriffsschrift Fehler beseitigt, die er in der Logikauffassung von Frege und Russell ausgemacht hat. In der Logik treten keine Schwierigkeiten auf, wenn die richtige Notation verwendet wird. „Die Logik muss für sich selber sorgen. [...] Wir können uns, in gewissem Sinne, nicht in der Logik irren" (5.473). Ist die richtige Notation gefunden, dann können wir gewissermassen der Logik dabei zusehen, wie sie für sich selber sorgt. „Jetzt verstehen wir auch unser Gefühl: dass wir im Besitze einer richtigen logischen Auffassung seien, wenn nur einmal alles in unserer Zeichensprache stimmt" (4.1213).

Allerdings lässt sich nicht *behaupten*, im Besitz der richtigen logischen Theorie zu sein. Es lässt sich nicht sagen, dass eine Auffassung von Logik richtig ist, weil eine Äusserung über die Logik nicht wahr unter bestimmten Bedingungen und falsch unter bestimmten Bedingungen ist. Es wird damit gerade keine Möglichkeit als falsch ausgeschlossen und deshalb auch keine Möglichkeit bezeichnet, gemäss der die Äusserung wahr ist. Die Behauptung, im Besitz der richtigen logischen Auffassung zu sein, ist gewissermassen eine leere Behauptung. Es geht in der Logik auch gar nicht darum, Behauptungen aufzustellen. Das Ziel der Logik besteht ja nicht darin, die Wirklichkeit dadurch zu beschreiben, dass Aussagen über sie gemacht werden. In der Logik geht es vielmehr darum Logik zu betreiben. Es geht also darum aufzuzeigen, was geleistet werden kann, wenn man Logik auf eine bestimmte Weise betreibt, und die logische Notation ist das Werkzeug, um Logik zu betreiben.[150]

Entsprechend kann es auch keine falsche Auffassung der Logik geben. Man kann bloss darin scheitern, Logik zu betreiben. Fehler gibt es, aber diese sind keine Fehler der Logik, sondern derjenige, der Logik betreiben will, begeht diese. Er macht etwas falsch und betreibt

[150] Eine Begriffsschrift ist, wie ich in Kapitel 2 festgehalten habe, ein Instrument sowohl für den Philosophen als auch für den Logiker. Dem Philosophen dient sie dazu, „Gedanken zu klären", dem Logiker dazu Schlüsse als gültig zu erweisen. Sowohl der Philosoph als auch der Logiker beschäftigen sich dabei mit der Umgangssprache, derer sich die Menschen beim Denken bedienen.

deshalb keine Logik. Ob er Erfolg hat oder scheitert, das erkennt er daran, dass, wenn einmal alles in der Notation stimmt, Fehler ausgeschlossen sind.

Die von Wittgenstein im *Tractatus* formulierte Kritik an Frege und Russell muss meines Erachtens vor diesem Hintergrund verstanden werden. Gemäss Wittgenstein unterlief Frege in der Analyse von Sätzen mit Zahlwörtern ein fundamentaler Fehler. Dieser zeigt sich daran, dass seine Notation die Bildung der Paradoxien erlaubt, die Russel entdeckt hat.[151] Russell hat versucht, diesen Fehler zu beheben, indem er die Typentheorie formulierte. Die Typentheorie setzt Regeln zur Bildung von Definitionen fest und schliesst so illegitime Zeichenbildungen aus. Doch gemäss Wittgenstein liefert Russells typentheoretische Notation noch immer keine kohärente Erklärung der begriffsschriftlichen Zeichen. Daher kritisiert er im *Tractatus* die Typentheorie (vgl. 3.33ff.). Seine Kritik begründet sich darin, dass diese ein verfehlter Versuch ist, den Fehler zu vermeiden, der in der Fregeschen Notation enthalten ist.

Im ersten Teil dieses Kapitels gehe ich auf diese Kritik an Russells Formulierung der Typentheorie ein. Dabei mache ich deutlich, welches Gewicht Wittgenstein der richtigen Erklärung der begriffsschriftlichen Zeichen beimisst. Um Logik zu betreiben, braucht es nicht nur eine geeignete Notation, auch die Bezeichnungsweise der Zeichen muss klar sein. Denn nur wenn die Bezeichnungsweise klar ist, lässt sich die Notation richtig verwenden, so dass Fehler ausgeschlossen werden. Im Zentrum dieses ersten Teils steht die These, dass Wittgenstein den Fehler, den Russell mit seiner Typentheorie ausschliessen will, mit seiner Erklärung der Variablen vermeidet. Meines Erachtens ersetzt diese Erklärung also im *Tractatus* Russells Versuch, die Paradoxien durch die Formulierung der Typentheorie auszuschliessen. Wittgenstein ist davon überzeugt, dass die Art und Weise, wie er Variablen erklärt, einen dazu anleitet, die Begriffsschrift nicht nur richtig zu verwenden, sondern auch richtig zu lesen. Formulierungen, die scheinbar paradox erscheinen, erweisen sich dann als unproblematisch. Weil keine Paradoxien auftreten, ist seine Auffassung richtig, so Wittgensteins Überzeugung.

Ich diskutiere in diesem Kapitel aber nicht nur Wittgensteins Kritik an der Typentheorie. Wittgenstein kritisiert ja im *Tractatus* auch die Art und Weise, wie Russell und Frege Zahlen überhaupt definieren wollen. Diese Kritik findet sich unter 4.127: Frege und Russell fassen Anzahlangaben (zum Beispiel „die Anzahl der Jupitermonde ist vier“) als Aussagen über Begriffe, respektive über die Extension von Begriffen auf. Dabei verwechseln sie Operationen, deren Ausdruck die Zahlen gemäss Wittgenstein sind, mit Funktionen. Im zweiten Teil des

[151] Russell ist der Auffassung, dass die Paradoxie, die sich aus Freges Grundgesetz 5 ergibt, ein Beispiel aus einer Reihe von Paradoxien ist, die alle auf demselben Fehler beruhen, nämlich der Verletzung des *Vicious Circle Principle*. Vgl. Russell, 1908.

Kapitels gehe ich auf diese Kritik ein.[152] Wichtig ist mir dabei Folgendes: Wittgenstein verwirft nicht einfach die Ideen, welche Frege und Russell umzusetzen versuchten. Insbesondere verwirft er auch ihre Definition der natürlichen Zahlen nicht vollständig, aber er deutet die dabei verwendeten Zeichen anders.

[152] Wittgenstein kritisiert Frege und Russell noch in einer Reihe weiterer Punkte. Ich denke, es lassen sich drei Hauptkritikpunkte ausmachen: Die Kritik am Wahrheitsbegriff. Diese beinhaltet auch die Charakterisierung der logischen Wahrheit (vgl. dazu Glock, 1996b, Eintrag „tautology") und die Charakterisierung von Sätzen (vgl. dazu Ricketts, 2002, und Diamond 2002). Die Kritik an der Auffassung der Identität. Auf diese gehe ich in Kapitel 6 ein. Drittens kritisiert Wittgenstein Russell und Frege eben dafür, dass sie Funktionen mit Operationen verwechseln. Die Kritik an der Art und Weise, wie Russell und Frege logische Junktoren und Quantoren einführen muss in diesem Zusammenhang gesehen werden (vgl. dazu Ricketts, 2002). Russell und Frege kennen keine Operationen, respektive sie deuten Operationen als Funktionen. Entsprechend analysieren sie Aussagen mit Zahlangaben anders als Wittgenstein. Wittgensteins Verständnis der Rekursion, auf das ich in Kapitel 1 und 5 eingehe, muss ebenfalls in diesem Zusammenhang gesehen werden.

4. 1. Die *Theory of Types*

Im Kapitel 3. 3 habe ich vier wichtige Punkte in Wittgensteins Erklärung von Variablen festgehalten. Die ersten drei sind entscheidend, um Variablen als Symbole aufzufassen, die Sätze beschrieben. Sie garantieren, dass die Werte der Variablen auch tatsächlich sinnvolle Sätze sind. Eine Satzvariable bezeichnet die Verallgemeinerung eines Satzes. Sie wird durch Substitution der Argumente der Satzfunktion gebildet. Dadurch, dass Variablen als Zeichen aufgefasst werden, die auf bestimmte Weise gebildet sind, wird auch der Bereich ihrer Werte als beschränkt aufgefasst: Es handelt sich um die Klasse der Sätze, die in gleicher Weise als Satzfunktionen gebildet sind.

Es erscheint intuitiv richtig, dass Wittgenstein den Bereich der Werte einer Variablen einschränkt. Er wird dadurch, so die Intuition, der Umgangssprache gerecht. Auf Grund der Weise, wie wir im Alltag die Sprache gebrauchen, ist es uns selbstverständlich, dass Worte nicht beliebig durcheinander substituiert werden können. Dabei habe ich nicht solche Substitutionen vor Augen, welche die grammatischen Kategorien verletzen, wie etwa die Substitution, die von „die Rose ist rot“ zu „kalt ist rot“ führt. Ich meine solche Substitutionen, welche die grammatische Kategorie der Wörter respektieren, die aber zu für unser Empfinden unsinnigen Sätzen führen, wie etwa die Substitution, die von „die Rose ist rot“ zu „das hohe C ist rot“ oder „die Rose klingt voll“ führen.[153]

Es ist wohl möglich, den *Tractatus* so zu interpretieren, dass Namen vom logischen Gesichtspunkt her nicht gleichartig sind. Wittgensteins Erklärung der Satzvariablen setzt nicht voraus, dass Namen, das heisst Zeichen, die Gegenstände vertreten, beliebig durcheinander substituiert werden können. Zudem bemerkt er, dass unterschiedliche Gegenstände verschiedene Formen haben können (2.023ff.) und dies deutet darauf hin, dass für ihn nicht alle Namen vom logischen Gesichtspunkt her gleichartig sind.[154]

Allerdings denke ich, dass es Wittgenstein in seiner Erklärung von Variablen nicht in erster Linie darum geht, grammatische korrekte, aber unsinnige Äusserungen von sinnvollen Sätzen zu unterscheiden. Wenn Variablen als Zeichen aufgefasst werden, die Sätze beschreiben, dann werden mit ihnen nicht nur Sätze von unsinnigen Äusserungen abgegrenzt, sondern innerhalb der sinnvollen Sätze ist der Bereich derjenigen Sätze abgegrenzt, welche die Werte der Variable sind.

[153] Es lässt sich natürlich auch die Auffassung vertreten, dass solche Sätze statt unsinnig, sondern falsch sind, vgl. Frege, *Grundlagen*, §66 oder Quine, 1980, S. 395f.

[154] Vgl. Hacker, 1999, S. 122f.

Durch die Konstruktionsweise der Variable ist festgesetzt, wie die Sätze gebildet sind, die zu ihrem Bereich gehören. Dieser Punkt lässt sich mit Hilfe von zweistelligen Prädikaten verdeutlichen. So unterscheiden sich zum Beispiel die Wertebereiche der beiden Satzvariablen f(x, x) und f(x, y). Ein Satz wie „f(a,a)“, der so gebildet ist, dass zweimal der gleiche Name verwendet wird, gehört zum Bereich von f(x, x), aber nicht zu demjenigen von f(x, y).

Im Folgenden zeige ich auf, dass Wittgenstein mit seiner Erklärung der Variablen Probleme löst, welche durch Paradoxien aufgeworfen werden. Laut Russell entstehen paradoxe Formulierungen dann, wenn der Bereich der Werte einer Variablen nicht beschränkt wird. Deshalb sind sie gemäss Russell durch eine Beschränkung eben dieses Bereiches zu vermeiden. Er glaubt, diese Beschränkung dadurch zu erreichen, dass er eine Theorie formuliert, eben die Typentheorie[155]. Meines Erachtens ist Wittgenstein der Ansicht, dass Russell zwar das Problem, das zu paradoxen Formulierungen führt, richtig erkannt hat. Und er ist auch mit der Idee Russells einverstanden, wie das Problem zu lösen ist, eben durch eine Beschränkung des Wertebereiches von Variablen. Nicht einverstanden ist er mit der Strategie Russells, diese Beschränkung mit der Formulierung einer Theorie zu erreichen. In Russells Versionen der Typentheorie wird der Bereich von Variablen dadurch beschränkt, dass dabei auf die Bedeutung der Zeichen Bezug genommen wird. Wittgenstein hält dagegen fest: „In der logischen Syntax darf nie die Bedeutung eines Zeichens eine Rolle spielen; sie muss sich aufstellen lassen, ohne dass dabei von der Bedeutung eines Zeichens die Rede wäre, sie darf nur die Beschreibung der Ausdrücke voraussetzen“ (3.3). Diese Bemerkung, mit der er seine Kritik an der Typentheorie einleitet, will ich im Folgenden erläutern.

In einem ersten Schritt gehe ich kurz auf die Typentheorie ein. Dann lege ich dar, worin gemäss Wittgenstein der zentrale Fehler Russells besteht. Ausgehend davon erläutere ich anhand eines Beispiels die hauptsächlichen Differenzen zwischen Russells und Wittgensteins Auffassung von Bereichsbeschränkungen. Ich erachte einen solchen Vergleich aus zwei Gründen für aufschlussreich. Zum einen stellt sich heraus, dass gerade Russell eine syntaktische Theorie fordert, welche die Formulierung von Unsinn ausschliesst. Russel glaubt also, dass die Sprache unsinnige Formulierungen zulässt und dass in der Logik solche Formulierungen durch eine Reglementierung, eine „logische Syntax“, ausgeschlossen werden muss. Er erweist sich also als der Wittgensteinianer in dem Sinne, wie z.B. Hacker und Glock Wittgen-

---

[155] Die *Theory of Types* ist nicht der erste Vorschlag Russells, wie der Bereich von Variablen zu beschränken ist. Vgl. Hyltons „Russell’s Substitutional Theory“, in Hylton, 2005, S. 83–108. Auch formuliert Russell verschiedene Versionen der *Typentheorie*. Die Unterschiede bestehen darin, wie die „Verzweigungen“ erzeugt werden (wie „ramifiziert“ wird). Vgl. Russell, 1908 und PM.

stein darstellen. Der Vergleich mit Russel macht deutlich, warum gemäss Wittgenstein unsinnige Formulierungen nur scheinbar auftreten. Wenn nämlich die Bezeichnungsweise von Variablen geklärt ist, stellen sich scheinbar paradoxe Formulierungen als unproblematisch heraus. Zweitens ist bemerkenswert, dass sich Russell bewusst ist, dass sich die Beschränkung des Bereichs von Variablen nicht einfach durch eine Festsetzung erzielen lässt. Es lässt sich nicht *sagen*, dass Entitäten, die ein bestimmtes Kriterium erfüllen, mögliche Werte einer Variablen sind. Russell stösst also auf das Problem, etwas sagen zu wollen, von dem er gleichzeitig einsieht, dass es sich nicht sagen lässt. Wie wir sehen werden, versucht er, das Problem mit einem Taschenspielertrick zu lösen, den ihm aber Wittgenstein nicht durchgehen lässt.

Die *Theory of Types* ist in gewissem Sinne eine Theorie der Syntax, mit der festgelegt wird, welche Zeichenfolgen wohlgeformt sind und welche nicht. Ob diese Behauptung korrekt ist oder nicht, hängt entscheidend davon ab, was man unter einer syntaktischen Theorie versteht. Was eine syntaktische Theorie ist, soll hier nicht vor dem Hintergrund eines logischen Formalismus verstanden werden. Die Idee, dass zuerst Regeln zum Bilden von Formeln stipuliert werden, bevor dann in einem zweiten Schritt weitere Regeln zur semantischen Interpretation dieser Formeln stipuliert werden, ist Russell ebenso fremd wie Wittgenstein. Die *Theory of Types* ist also nicht in diesem Sinne eine syntaktische Theorie.[156] Aber mit der *Theory of Types* werden laut Russell gewisse illegitim gebildete Symbole als unsinnig ausgeschlossen. Dies geschieht dadurch, dass der Bereich der möglichen Werte einer *propositional function* beschränkt wird. Die *Theory of Types* gibt die Regeln an, wie Wertebereiche zu beschränken sind. So schreibt Russell: „And every propositional function has a certain *range of significance*, within which lie the arguments for which the function has values. Within this range of arguments, the function is true or false; outside this range, it is nonsense“ (Russell, 1908, S. 234). Setzt man als Argument in einer *propositional function* ein Argument des falschen Typs ein, dann resultiert ein unsinniges Symbol (Russell braucht dafür „nonsense“ oder „meaningless“).[157] Das Ziel der Beschränkung ist es festzulegen, welche Werte eine Variable annehmen darf, die durch einen Quantor gebunden wird. Es wird beispielsweise festgelegt, was für Werte für φ in „(φ) φa“ eingefügt werden dürfen.

Mit der Typentheorie ergibt sich so eine Schichtung der Sprache. Immer, wenn wir allgemeine Sätze bilden, dann reden wir in Russells Verständnis nicht über alles, sondern nur über all jene Entitäten, die zu einem bestimmten Typ und allen Typen niedrigerer Ordnung und

[156] Vgl. dazu Hylton: „Logic in Russell's Logicism“, in Hylton, 2005, S. 49–83.

[157] Vgl. auch Russell, 1908, S. 236

Stufe gehören. Das hat zur Folge, dass wir, wenn wir bestimmen wollen, was ein Satz ist (und wenn wir, wie Russell, davon ausgehen, dass Sätze beziehungsweise Urteile Entitäten sind), nie von allen Sätzen reden können. Ebenso wenig lassen sich Prinzipien der Logik eindeutig formulieren und dann in allen Beweisen anwenden. [158] Vielmehr müssen diese Prinzipen für die Sätze jeder Stufe neu formuliert werden, ebenso müssen auch die Beweise für jede Stufe einzeln geführt werden.[159] Schliesslich sind im Rahmen der Typentheorie auch die Begriffe „wahr“ und „falsch“ sowie alle logischen Zeichen mehrdeutig.[160] Diese Konsequenzen sind für Wittgenstein unhaltbar.[161] Im Gegensatz zu Russell ist er nicht nur davon überzeugt, dass es nur einen Typ von Sätzen gibt, er ist sogar davon überzeugt, dass darin gerade das Wesen der Logik beschlossen liegt, und dass deshalb Russells typentheoretische Notation verfehlt ist.[162]

---

[158] Zum Beispiel ist das Gesetzt des ausgeschlossen Dritten gemäss Russell nur dann ein Satz mit einer bestimmten Bedeutung, wenn der Bereich der Variable p beschränkt ist auf Sätzen eines bestimmten Typs. Dann wird es mit einer durch einen Quantor gebundenen Variable notiert: $\vdash (p)\ p \vee \sim p$. Will man dagegen behaupten, dass für jeden Satz überhaupt gilt, dass er oder seine Negation wahr ist, dann muss man eine echte Variable bilden und das Gesetzt so notieren: $\vdash p \vee \sim p$. Mit solch einem Ausdruck ist zwar gemäss Russell etwas gesagt, aber eben nichts Eindeutiges, weil die Variablen nun über alle Sätze jeglichen Typs laufen, Vgl. PM S. 128f.

[159] Vgl. „The Theory of Apparent Variables“, PM, Kap. 11.

[160] Vgl. PM S. 42–45. Vgl. auch Russell, 1908.

[161] Wie Hylton aufzeigt, widersprechen diese Konsequenzen auch Russells Logizismus. Im Grunde ist also die Typentheorie auch mit Russells Verständnis von Logik nicht vereinbar. Vgl. Hylton, „Logic in Russells Logicism“, in Hylton, 2005, S. 49–83.

[162] Wittgensteins Auffassung, dass sich Sätze im Allgemeinen definieren lassen, ergibt sich also auch aus der Überlegung, dass „ist wahr“ nicht verschiedene Bedeutungen hat und der damit verbundenen Ablehnung der Typentheorie, wie sie Russell formuliert. Vgl. dazu die Diktataufzeichnung Moores vom April 1914: „There seems at first sight to be a certain ambiguity in what is meant by saying that a proposition is ’true’, owing to the fact that it seems as if in the case of different propositions the way in which they correspond to the facts to which they correspond is quite different. [Russell legt in den *Principia* dar, dass Sätze je nach Typ einen anderen Bezug zur Wirklichkeit haben, vgl. PM S. 42–45] But what is really common to all cases is that they must have the general form of a proposition. In giving the general form of a proposition you are explaining what kind of way of putting together the symbols of things and relations will correspond to (be analogous to) the things having those relations in reality. In doing this you are saying what is meant by saying that a proposition is true; and you must do it once for all. To say ‚This proposition has sense‘ means ‚This proposition is true‘ means ...‘ (‚p‘ is

Dennoch übernimmt Wittgenstein von Russell die Idee, dass der Bereich von Variablen beschränkt ist und dass damit Paradoxien vermieden werden. Allerdings kritisiert er die Art und Weise, wie Russell diese Beschränkung erklärt. Diese Kritik ist im Zusammenhang mit Wittgensteins Zugang zu logischen Fragen und zur logischen Notation zu verstehen. [163]

Der Beleg dafür, dass man im Besitz der richtigen Auffassung der Logik ist, besteht für Wittgenstein gerade darin, dass mit der verwendeten Notation Fehler vermieden werden. Dazu muss die Notation allerdings richtig verwendet werden. Und dazu muss sie wiederum richtig verstanden werden. „Die Regeln der logischen Syntax müssen sich von selbst verstehen, wenn man nur weiss, wie ein jedes Zeichen bezeichnet“ (3.334). Das Zitat ist die letzte Bemerkung der Passage unter 3.33, in der Wittgenstein seine Kritik an der Typentheorie mit seiner Erklärung von Variablen des ersten Typs verbindet. Wittgenstein kritisiert also Russell dafür, dass dieser nicht gewusst habe, wie jedes Zeichen bezeichnet. Der Kern dieser Kritik besteht darin, dass Russells Interpretation der Variable verfehlt ist und damit auch die Art und Weise, wie Russell die Beschränkung des Bereichs von Variablen erklärt.[164] Wittgensteins

---

true = ‚p‘ · p · Definition : only instead of ‚p‘, we must have introduce the general form of a proposition)“ Wittgenstein, 2000, 301 12.

[163] Wittgenstein verwirft also die *Theory of Types* nicht einfach. So bemerkt er etwa im *Prototractatus*, Satz 5.00: „Die Theory of Types wird nun klar.“ Ramsey hat auf der Grundlage des *Tractatus* Russells Typentheorie neu interpretiert und in Ansätzen eine Neuformulierung ausgearbeitet, die sogenannte einfache Typentheorie. Diese ist also das Resultat von Ramseys Auseinandersetzung mit Wittgensteins Ideen. Vgl. Ramsey, 1978, S. 183f: „[…] we have to consider whether this part of the Theory of Types cannot be amended so as to get out of the difficulty. We shall see that this can be done in a simple and straightforward way, which is a natural consequence of the logical theories of Mr. Wittgenstein.“ (Gemäss Ishiguro hat er dabei den *Tractatus* allerdings nicht richtig interpretiert, vgl. 1981, S. 46f.) Die erste formale Ausarbeitung der einfachen Typentheorie findet sich in Carnaps „Abriss der Logistik“, vgl. Frey, 2018. Ob Wittgenstein höherstufige Quantifikationen zulässt, für welche die Typentheorie ja erst relevant ist, ist fraglich. Im *Tractatus* findet sich ein Beispiel dafür, in 5.5261. Allerdings fehlt eine Erklärung der Notation. fx bestimmt eine Klasse von Sätzen, die einen Teil ihres Sinns gemeinsam haben. Ich sehe nicht, dass φx in gleicher Weise ein Klasse von Sätzen bestimmen würde. Ich denke, die Auffassung ist zulässig, dass Wittgenstein in 5.5261 Stelle die Notation informell verwendet oder dass es sich dabei um ein Überbleibsel handelt von früheren Versuchen Wittgensteins, Russells Notation zu klären. Dass Wittgensteins Logik höherstufige Quantifikationen einschliesst, das behauptet beispielsweise Sundholm, 1992. Die entscheidende Frage ist meines Erachtens, wozu im Rahmen von Wittgensteins Projekt über Funktionen quantifiziert werden sollte.

[164] Zu Wittgensteins Kritik an der Typentheorie vgl. auch Ishiguro, 1981; Jolley, 2004.

Erklärung der Variablen leitet einen hingegen dazu an, die Begriffsschrift richtig zu verwenden. Sie leitet einen dazu an zu sehen, wie der Bereich der Variablen, die in allgemeinen Sätzen enthalten sind, beschränkt ist.

Um aufzuzeigen, wie Wittgenstein Russell genau kritisiert, gehe ich von einem Beispiel aus, dem sogenannten „Barbier-Paradox". Daran illustriere ich erstens, warum Paradoxien auftreten, wenn der Bereich von Variablen nicht beschränkt wird. Zweitens führe ich aus, wie Russell den Bereich der Variablen beschränkt und von welchen Überlegungen er dabei ausgeht. Drittens zeige ich auf, wie die Beschränkung durch Wittgensteins Erklärung der Variablen erzielt wird. Dabei stellt sich heraus, dass die Formulierung nur scheinbar paradox ist.[165]

Das Barbier Paradox beruht auf folgendem Gedankengang: Es soll der Begriff „der Barbier von Sevilla" definiert werden. Unter einem Barbier verstehen wir dabei einen Mann, welcher alle Männer rasiert, die sich nicht selber rasieren. Dies scheint eine korrekte Erklärung dessen zu sein, was ein Barbier ist. Doch wenn wir diese Charakterisierung in eine Kennzeichnung umwandeln, werden wir in einen Widerspruch geführt.

(1a) $\varphi(x) := (y) . (\sim R(y,y) \equiv R(x,y))$

(1b) $a \coloneqq (\iota x)\varphi(x)$ Def.

Wenn wir annehmen, dass (1b) eine zulässige Definition ist, dann folgt aus (1b) $\varphi(a)$ und daraus gemäss (1a) $(y)(\sim R(y,y) \equiv R(a,y))$. Setzen wir nun für die Variable y auch a ein, dann folgt: $\sim R(a,a) \equiv R(a,a)$ und wir erhalten einen Widerspruch.

Anhand dieses Beispiels lässt sich deutlich machen, woraus gemäss Russell die Paradoxien resultieren, die in Freges System auftreten: Diese Paradoxien entstehen immer dann, wenn eine Definition so formuliert wird, dass das definierte Symbol auf etwas zutrifft, das auch zur Gesamtheit von Entitäten gehört, mit deren Hilfe es definiert wurde. So wird in (1a) Bezug genommen auf alle Männer, die von x genau dann rasiert werden, wenn sie sich selbst nicht rasieren, und damit wird der Begriff „ist ein Barbier" definiert. Der in (1b) definierte Name bezeichnet aber einen Mann, also auch jemanden, der sich selbst rasiert oder nicht rasiert.

[165] Das Barbier Paradox ist kein Paradox, das durch die Typentheorie vermieden wird, weil in ihm nur über Individuen quantifiziert wird. Doch wie die für die Typentheorie relevanten Paradoxien entsteht es, weil das *vicious circle principle* verletzt wird. Deshalb ist es meines Erachtens auch für die Illustration der Typentheorie geeignet. Landinis Behauptung das Barbierparadox stehe mit der Typentheorie in keinem Zusammenhang, halte ich für falsch. Vgl. Landini, 2012.

Damit verletzt (1) Russells *vicious circle principle*. Gemäss diesem Prinzip darf ein Zeichen nicht definiert werden unter Bezugnahme auf eine Gesamtheit, zu der auch das vom Zeichen Bezeichnete gehört. „No totality can contain members defined in terms of itself." Oder formal gefasst: „Whatever contains an apparent variable must not be a possible value of that variable" (Russell, 1908, S. 237). Die Definition eines Zeichens darf also keinen Quantor enthalten, zu dessen Bereich auch das vom Zeichen Bezeichnete gehört.

Gemäss Russell sind es eben diese Verletzungen des *vicious circle principle,* die zu den für die Logik relevanten Paradoxien führen, und diese veranlassen ihn dazu, die Typentheorie zu formulieren. Der Zweck der Typentheorie ist es zu gewährleisten, dass quantifizierte Sätze so interpretiert werden, dass keine Widersprüche resultieren. Allerdings veranlassen widersprüchliche Sätze, in denen über Individuen quantifiziert wird, Russell nicht dazu, verschiedene Typen für Individuen zu postulieren. Russell führt nur eine Schichtung der Eigenschaften bzw. der *propositional functions* ein. Diese Theorie realisiert also lediglich die Idee, dass höherstufige Quantifikationen zu einer solchen Schichtung führen und dass *propositional functions* nicht durch eine Definition eingeführt werden können, die einen Quantor enthält, zu dessen Bereich auch die definierte *propositional function* gehört.

Daraus lässt sich schliessen, dass Russell das Barbier-Paradox in logischer Hinsicht als ungefährlich erachtet – im Gegensatz also zu Paradoxien, die mit höherstufig quantifizierten Sätzen formuliert werden. Wenn der Bereich der Variablen nicht beschränkt wird, dann folgt aus dem Barbier-Paradox bloss, dass die Extension von φ und somit einer prädikativen Funktion leer ist. Dann gibt es niemanden, der die Eigenschaft hat, der Barbier von Sevilla zu sein, und diese Konsequenz scheint Russell akzeptieren zu können.[166]

[166] Ein Logizist wie Russell kann die entsprechende Konsequenz für höherstufige Quantifikationen jedoch nicht akzeptieren. Er definiert nämlich die reellen Zahlen mit Hilfe von höherstufigen Quantifikationen, und zwar in einer solchen Weise, dass diese Zahlen zum Bereich der Quantoren gehören, durch die sie definiert werden. Da ein Logizist die reellen Zahlen nicht verwerfen will, ist er daher auf die Behauptung festgelegt, dass sich scheinbar zirkuläre höherstufige Quantifikationen in irgendeiner Weise als legitim erklären lassen müssen. Genau dies geschieht durch die Typentheorie. Vgl. Frey, 2018. Das Auftreten von Paradoxien zeigt also, dass die Regeln, mit denen Frege garantieren will, dass definierte Zeichen tatsächlich eine Bedeutung haben, ungenügend sind (vgl. *Grundgesetze* §§28–30). Es ist in Freges System möglich, ein Zeichen mit einer selbstwidersprüchlichen Definition zu definieren, woraus folgt, dass das Zeichen keine Bedeutung hat. Die Typentheorie führt zusätzliche Regeln ein, die bei der Definition eines Zeichens gelten und mit denen die Wohldefiniertheit garantiert werden soll.

In logischer Hinsicht und damit auch für meine Darlegung interessant wird das Beispiel jedoch zusammen mit folgender Überlegung: Die Definition scheint brauchbar zu sein mit dem Zusatz, dass x und y nicht denselben Mann bezeichnen dürfen. Wir müssen also den Bereich der möglichen Werte der Variablen beschränken. Die Werte, die wir anstelle von x und y einsetzen – die Namen aller Männer –, dürfen nicht dieselbe Bedeutung haben. Russell würde dieser Forderung vermutlich dadurch nachkommen, dass er (1a) umformuliert, und zwar in der folgenden Weise.

(1a') $\varphi(x) := (y). (\sim R(yy) \equiv R(xy). x \neq y)$ [167]

Mit einer Ungleichung wird festgesetzt, dass „x" und „y" nicht dieselbe Bedeutung haben. Dadurch wird der Bereich der Werte dieser beiden in (1a') durch einen Quantor gebundenen Variablen eingeschränkt. Die Definition wird dadurch wohldefiniert. Dabei wird aber auf die Bedeutung der Zeichen Bezug genommen. Es wird festgesetzt, dass die Werte für x und y identisch sind. Für Wittgenstein ein Zeichen dafür, dass die Bezeichnungsweise der Variablen nicht klar ist. Die Strategie, auf diese Weise das Barbier-Paradox aufzulösen, ist dieselbe, mit der Russell Paradoxien auflöst, die höherstufige Quantifikation beinhalten. Auch dabei kann es Russell nicht vermeiden, auf die Bedeutung der Zeichen Bezug zu nehmen, um eine Beschränkung der Werte der Variablen formulieren. Dieses Problem der Bezugnahme auf Bedeutung ist überhaupt ein zentrales Problem der Typentheorie, wie sie in den *Principia Mathematica* formuliert ist. Russell ist sich durchaus bewusst, dass es problematisch ist, von den Werten der Variable und somit von der Bedeutung der Symbole zu reden, um den Bereich der Variable einzuschränken. Das zeigt sich an seinen Vorarbeiten zur Typentheorie. So schreibt er bereits 1906 (die Typentheorie formuliert er erstmals 1908): „We might say that a given function φx will always have a certain *range of significance* which will be either *individuals*, or *classes* or…. The difficulty of this view lies in the proposition (say) 'φx is only significant when x is a class'. This proposition must not be restricted, as to its range, to the case when x is a class; for we want it to imply 'φx is not significant when x is not a class'. We thus find

[167] Dies mag erklären, warum Russell widersprüchliche Formulierungen, in denen über Individuen quantifiziert wird, für unproblematisch hält. Sie lassen sich unter Verwendung des Ungleichheitszeichens leicht so umformulieren, dass sie nicht mehr widersprüchlich sind.

that we are brought back after all the variables with an unrestricted range“ (On ‚Insolubilia‘, S 204f.).[168]

Russell zieht die Möglichkeit in Betracht, den Bereich von Variablen dadurch zu beschränken, dass er festsetzt, welchen Typs ihre Werte sind. Gemäss Russell ist die Schwierigkeit die folgende: Man möchte sagen: „φx“ ist erstens immer dann sinnvoll, wenn die Variable als Wert eine Menge annimmt. „φx“ ist zweitens immer dann unsinnig, wenn die Variable als Wert etwas annimmt, das keine Menge ist. Um also zu sagen, dass etwas, das keine Menge ist, ein unzulässiger Wert der Variable ist, muss man es als Wert dieser Variable annehmen. Russell fasst Äusserungen darüber, wann etwas ein möglicher Werte einer Variable ist, als *Aussagen* über diese Werte auf, und stellt fest, dass diese nicht kohärent formulierbar sind. Die Strategie Paradoxien dadurch zu vermeiden, dass Beschränkungen für die Variablen als Aussagen formuliert werden, scheitert, weil solche Aussagen nur mit Hilfe von unbeschränkten Variablen formuliert werden können.

Im Gegensatz zu Wittgenstein fasst Russell das Problem allerdings so, dass man *etwas sagen möchte, das sich nicht sagen lässt.* Er löst es nicht dadurch, dass er zwischen „sagen“ und „zeigen“ unterscheidet. D.h. er löst es nicht dadurch, dass er zeigt, wie sich der Ausdruck aus einem Satz konstruieren lässt und wie *dabei* der Bereich beschränkt wird. Vielmehr formuliert er die Festsetzung, mit der die Beschränkung angegeben wird, so um, dass sie ihm zulässig zu sein scheint. Das zeigt sich in den *Principia*. Dort schlägt er eine neue Strategie an. In seiner Erklärung der Beschränkung stützt er sich nur auf die Wendungen „x ist vom selben Typ wie y“. Damit lässt sich die Beschränkung der Werte der Variable folgendermassen festlegen: Es wird erstens ein unverallgemeinerter sinnvoller Ausdruck eingeführt, z.B. „φa“. Zweitens wird festgesetzt, dass der Ausdruck auch für all jene x sinnvoll ist, die zu demselben Typ gehören wie a.[169] Dies geschieht in Axiom *9.14: „If ‘φx’ is significant, then if x is of the same type as a, ‘φa’ is significant, and vice versa.“ (Vgl. auch *9.15.) In diesem Axiom wird somit explizit auf Bedeutung Bezug genommen. Das Axiom setzt fest, wie sinnvolle Ausdrücke gebildet sind, es setzt also eine Regel der logischen Syntax fest.[170] Gemäss Wittgenstein scheitert diese Formulierung aber daran, dass immer noch auf die Bedeutung von φx Bezug

---

[168] Zitiert nach Hylton, 2005, S. 91. Auch in „Mathematical Logic as Based on the Theory of Types” diskutiert er diese Problematik (1908, S. 231–234)

[169] Vgl. Hylton, 2005, S. 92.

[170] Peter Hylton stellt fest, dass die Typentheorie die Schwierigkeit nicht behebt, die Russell bereits in „On Insolubilia“ festgestellt hat. Er buchstabiert aus, warum die Typentheorie kollabiert, (vgl. Hylton, 2005, S. 92.; vgl. insbesondre auch Anm. 5.)

genommen wird, nämlich mit der Angabe: „x ist vom selben Typ wie a." Gemäss ihm müsste stattdessen erklärt werden wie φx gebildet wird. Dabei muss klar werden, dass alle ihre Werte auf dieselbe Weise gebildet sind und *dadurch* der Wertebereich festgelegt wird. Wenn das erläutert ist und wenn geklärt ist, „wie ein jedes Zeichen bezeichnet", dann verstehen sich die Regeln der logischen Syntax „von selbst" (vgl. 3.334). Diese müssen also gar nicht explizit angegeben werden.

Dies will ich nun wiederum am Barbier-Paradox illustrieren und darlegen, dass sich an den Variablen selbst aufzeigen lässt, wie der Bereich ihrer Werte beschränkt ist. Werden nämlich Variablen in der von Wittgenstein unter 3.3 vorgeschlagenen Weise gelesen, dann ist (1) nicht widersprüchlich.

(1a) $\varphi(x) := (y)\,(\sim R(y,y) \equiv R(x,y))$
(1b) $a := (\iota x)(\varphi x)$ Def.[171]

(1a) würde genau dann widersprüchlich, wenn für y derselbe Name in $\sim R(y, y)$ eingesetzt wird wie für x und y in R(x, y). Das ist aber mit Wittgensteins Erklärung von Variablen ausgeschlossen. Setzen wir „a" für x ein, erhalten wir die Satzvariable R(a,y). Damit ist zugleich festgesetzt, dass R(a,a) nicht zur Satzklasse R(y,y) gehört. Denn in R(x,y) zeigen die zwei unterschiedlichen Variablen an, dass für y ein anderer Name verwendet wird als für x. (1a) ist deshalb nicht widersprüchlich.

[171] Zur Einführung von Konstanten in Kennzeichnungen, vgl. 5.526.

4. 2. Funktionen und Operationen

In den *Grundlagen der Arithmetik* macht Frege zwei Vorschläge, wie Zahlen zu definieren seien. Der eine Vorschlag betrifft Zahlangaben in solchen Aussagen wie zum Beispiel „Max hat zwei Kinder“ oder „Jupiter hat vier Monde“. Der zweite Vorschlag betrifft Aussagen über Zahlen wie „Die Zahl Zwei folgt unmittelbar auf die Eins“ oder „Fünf ist ein Nachfolger von Eins“. Wittgenstein kritisiert beide Vorschläge, weil er der Ansicht ist, dass Frege – und in der Folge auch Russell – in der Definition der Zahl und in der Analyse von Aussagen wie „b ist ein Nachfolger von a“ Operationen mit Funktionen verwechseln. Im Kapitel 3.5. bin ich bereits auf Wittgensteins Analyse von „b ist ein Nachfolger von a“ eingegangen. Im Folgenden zeige ich nun auf, wie diese Analyse seine Kritik an Frege und Russell begründet. Dazu lege ich zunächst dar, warum Frege Zahlen als Eigenschaften von Begriffen deutet. Dann vergleiche ich Wittgensteins Analyse von „b ist ein Nachfolger von a“ mit Russells Definition.

4. 2. 1. Freges Analyse von Aussagen mit Zahlwörtern

Frege stellt fest, dass in Sätzen wie „Max hat zwei Kinder“ die Zahlangabe eine Aussage über einen Begriff enthält. Er expliziert den Satz folgendermassen: Zwei Gegenstände fallen unter den Begriff „Maxens Kinder“. Mit der Zahl wird also angegeben, wie gross der Umfang des Begriffs ist. Die Grösse seines Umfangs wird dann von Frege als Eigenschaft eines Begriffs gedeutet. Frege weist auf eine Parallele zwischen Aussagen mit Zahlangaben und Existenzaussagen hin: „In dieser Beziehung hat die Existenz Ähnlichkeit mit der Zahl. Es ist ja Bejahung der Existenz nichts Anderes als Verneinung der Nullzahl“ (*Grundlagen* §53). Die Aussage, dass das nördliche Breitmaulnashorn bald ausgestorben ist, z.B. ist gemäss Frege also dadurch zu explizieren, dass der Umfang des Begriffs „nördliches Breitmaulnashorn“ jetzt noch nicht, aber bald schon null ist. Ausgehend von dieser Feststellung entwickelt Frege eine Analyse, wie sich solche Zahlangaben als Aussagen umschreiben lassen, die keine Zahlwörter enthalten. Dabei werden Sätze mit Zahlwörtern durch quantifizierte Sätze ersetzt. Frege formuliert seine Analyse in der Prädikatenlogik erster Stufe mit Identität. „Die Anzahl des Begriffs f ist 0“ wird wiedergegeben werden als „$(\sim\exists x)\ (fx)$“, „die Anzahl des Begriffs f ist 1“ wird wiedergegeben als „$(\exists x)\ (fx\ .\ (y)\ (fx \supset y{=}x)$.“ Auch der Übergang von einer Zahl zur nächsten lässt sich entsprechend wiedergeben: „Die Anzahl eines Begriffs f ist n+1“ wird dadurch expliziert, dass der Umfang von f einen Gegenstand mehr umfasst als der Umfang eines anderen Begriffs g, wobei g bestimmt wird als „unter f fallend aber nicht a“, wobei a unter f fällt (vgl. *Grundlagen* §55).

Wittgenstein übernimmt von Frege die Analyse von Anzahlangaben durch quantifizierte Sätze (vgl. 4.1272). Doch er kritisiert sie in zweierlei Hinsicht. Erstens lehnt er die von Frege vorgeschlagene Umformulierung ab, weil sie das Gleichheitszeichen in Aussagen verwendet. Auf der Grundlage von Wittgensteins Erklärung von Variablen ist eine solche Verwendungsweise überflüssig.[172] Deshalb sind Freges Analysen gemäss Wittgenstein wie folgt umzuformulieren:

(2) $\sim(\exists x)\ (fx)$

$(\exists x)\ (fx)\ .\ \sim(\exists x,y)(fx\ .\ fy)$

$(\exists x,y)\ (fx\ .fy)\ .\ \sim(\exists x,y,z)\ (fx\ .\ fy\ .\ fz)$

usw.

[172] In Kapitel 6 gehe ich ausführlich auf Identität bei Wittgensteins ein.

Zweitens interpretiert er Zahlwörter als Zeichen für Operationen. Damit verwirft er Freges Deutung von Zahlangaben als Aussagen über Begriffsumfänge und daher als Aussagen über eine Eigenschaft eines Begriffs. Zahlen sind für Wittgenstein „Exponenten von Operationen" (vgl. 6.021). In Zahlangaben zeigt das Zahlwort an, wie oft eine Operation angewendet wurde. So zeigt beispielsweise in „Max hat 2 Kinder" die 2 an, dass die Aussage das Resultat einer zweimaligen Anwendung einer Wahrheitsoperation auf Elementarsätze ist.

Aufgrund dieser Erklärung von Anzahlangaben lässt sich nachvollziehbar machen, wie sich Aussagen wie „In der Josefstrasse gibt es mehr Hundehalter als Katzenhalter" analysieren lassen. Beispielsweise kann man aus den beiden Sätzen „In der Josefstrasse gibt es 15 Hundehalter" und „In der Josefstrasse gibt es 8 Katzenhalter" schliessen, dass es in der Josefstrasse mehr Hunde- als Katzenhalter gibt. Die Anzahl der Anwendungen einer Operation auf Elementarsätze, mit denen der erste Satz erzeugt wird, ist grösser als die Anzahl der Anwendungen im zweiten Fall. Die Analyse der Prämissen macht so deutlich, dass der Sinn der Konklusion im Sinn der Prämissen enthalten ist.

Ich denke deshalb, dass eine Analyse eines Satzes mit einer Anzahlangabe deutlich machen muss, wie dieser Satz als Glied einer Formenreihe erzeugt wird. In (2) wird aufgezeigt, wie diese Reihe zu bilden ist. Es fehlt aber die Angabe der Operation, mit der sich aus einem Satz der nächste erzeugen lässt. Wie sich diese Operation zu definieren ist, ist mir unklar geblieben. Daher kann ich auch nicht im Detail aufzeigen, wie sich die im letzten Abschnitt erwähnten Schlüsse als gültig erweisen lassen.

In den *Grundlagen* zeigt sich Frege unzufrieden mit seinem ersten Vorschlag, wie Aussagen mit Zahlangaben zu analysieren sind. Der Grund dafür ist, dass sich aus ihr keine explizite Definition der Zahl ergibt. Die Analyse zeigt bloss auf, wie sich Aussagen mit Zahlwörtern so umformulieren lassen, dass sie keine Zahlwörter mehr enthalten. Dies ist eine kontextuelle Definition. Frege hingegen fordert eine explizite Definition. Das heisst, er fordert die Angabe eines allgemeinen Merkmals, mit dem sich erstens im Allgemeinen bestimmen lässt, ob irgendein Gegenstand, z.B. Julius Cäsar, eine Zahl ist oder nicht. Und zweitens soll sich mit diesem Merkmal bestimmen lassen, ob zwei Zahlen identisch sind oder nicht (vgl. *Grundlagen* §56).

Für Wittgenstein dagegen ist eine Analyse, die in einer kontextuellen Definition resultiert, ausreichend. Er verfolgt ja nicht das Ziel, Zahlen als Gegenstände zu erweisen, er fasst sie vielmehr bloss als Zeichen dafür auf, wie oft eine Operation bei der Bildung eines Satzes verwendet wurde. Entsprechend definiert er Zahlen wie folgt:

6.02 Und so kommen wir zu den Zahlen: Ich definiere

$$x = \Omega^{0}{}'x \text{ Def.}$$

und $$\Omega'\Omega^{\nu}{}'x = \Omega^{+1}{}'x \text{ Def.}$$

Nach diesen Zeichenregeln schreiben wir also die Reihe

$$x, \Omega'x, \Omega'\Omega'x, \Omega'\Omega'\Omega'x, \ldots$$

so: $\Omega^{0}{}'x, \Omega^{0+1}{}'x, \Omega^{0+1+1}{}'x, \Omega^{0+1+1+1}{}'x, \ldots$

Also schreibe ich statt „[$x, \xi, \Omega'\xi$]“:

„[$\Omega^{0}{}'x, \Omega^{\nu}{}'x, \Omega\nu^{+1}{}'x$]“.

Und definiere:

$$0 + 1 = 1 \text{ Def.}$$

$$0 + 1 + 1 = 2 \text{ Def.}$$

$$0 + 1 + 1 + 1 = 3 \text{ Def.,}$$

(u.s.f.)

Wittgenstein gibt in dieser Definition keine explizite Definition des Zahlbegriffs. Die Definition bestimmt das charakteristische Merkmal, „die allgemeine Form der Zahl“ (vgl. 6.022) dahingehend, dass eine Operation Schritt für Schritt zur Bildung einer Formenreihe angewendet wird.

Wie gesagt ist, Frege mit seiner ersten Analyse noch nicht zufrieden. Er will Zahlen als Gegenstände definieren. Das setzt erstens eine Analyse von Anzahlaussagen als Identitätsaussagen voraus. Zahlen sind dann als Gegenstände definiert, wenn ihr charakteristisches Merkmal explizit bestimmt ist. Dieses Merkmal besteht darin, dass Zahlen auf ganz bestimmte Weise in einer Reihe angeordnet sind. Mit einer Anzahlaussage wird festgehalten, dass die Anzahl des Begriffes identisch ist mit einem Gegenstand der eine bestimmte Position in der Zahlenreihe einnimmt. „Max hat 2 Kinder“ wird gemäss Freges Analyse expliziert als: „Der Umfang des Begriffs ‚Maxens Kinder’ ist identisch mit 2.“ Zweitens setzt eine solche Analyse von Anzahlaussagen die Definition der Zahlenreihe voraus. Wie aber ist diese Reihe zu definieren? Diese Frage beantwortet Frege in drei Schritten. Erstens definiert er eine Relation R, die genau dann zwischen zwei Gegenständen x und y besteht, wenn y unmittelbar auf x in der Zahlenreihe folgt (*Grundlagen* §76). Die Definition ist solcherart, dass xRy eindeutig und asymmetrisch ist. Zweitens definiert Frege im Allgemeinen für eine beliebige Relation φ den Begriff „y folgt in der φ–Reihe auf x“ (*Grundlagen* §79). Diese Definition ist solcherart, dass der Begriff „y folgt in der φ-Reihe auf x“ transitiv ist. Drittens setzt er in der allgemeinen

Definition für φ die Relation R ein, woraus sich dann der Begriff „y folgt in der R-Reihe auf x“ ergibt. Diese Relation ist eindeutig, asymmetrisch und transitiv und mit ihr lässt sich dann die Zahlenreihe definieren. Dazu muss allerdings zusätzlich noch ein Anfangsglied definiert werden (*Grundlagen* §81).

Im Folgenden will ich diese Definition mit Wittgensteins Analyse von „b ist ein Nachfolger von a“ vergleichen. Dazu ziehe ich allerdings nicht die Definition heran, die Frege in den *Grundlagen* gibt, sondern diejenige, die Russell und Whitehead in den *Principia* geben. Russell verweist darauf, dass Frege diese Definition bereits in der *Begriffsschrift* und den *Grundgesetzten* verwendet hat, vgl. PM, S. 548. Es wird sich zeigen, dass Wittgenstein sich in seiner Definition von eindeutigen Formenreihen an der Version der *Principia* orientiert.

4. 2. 2. Russels Definition des „Nachfolgers“

Zuerst erläutere ich, wie gemäss Russell ein Satz wie „b ist ein Nachfolger von a“ zu definieren und damit zu analysieren ist. Gemäss Russell ist „b ist ein Nachfolger von a“ im Allgemeinen wie folgt zu definieren:[173]

(3) Heisse „xRy“ „y ist unmittelbarer Nachfolger von x“. Eine Menge α heisse eine Nachfolgermenge von a genau dann, wenn gilt:

1. $a \in \alpha$
2. $(x)\,(y)\,(x \in \alpha \,.\, xRy \,.\!\supset\!.\, y \in \alpha)$.

Die Menge M der Nachfolger von a ist definiert als die Menge aller x für die gilt:

$x \in \alpha$ für jede Nachfolgermenge α.

„b ist ein Nachfolger von a“ ist wahr genau dann, wenn $b \in M$.

Bei dieser Definition handelt es sich um eine *explizite* Definition des Begriffs „ist ein Nachfolger von“. In ihr wird über Mengen quantifiziert. Gemäss Russell ist Quantifikation über Mengen als Quantifikation höherer Stufe aufzufassen. Entsprechend führt er die Quantifikation über Mengen als abgekürzte Schreibweise für Quantifikation höherer Stufe ein (vgl. Definition PM S. 76)[174]. Da Quantifikation über Mengen als Quantifikation höherer Stufe definiert werden kann, ist es laut Russell nicht notwendig, die Existenz von Mengen zu postulieren. Aber stattdessen muss man, so Russell, in Prädikatsposition quantifizieren (vgl. PM S. 72, vgl. auch Russell, 1919, Kap. 17). Mengen sind also für Russell eine blosse *façon de parler*, mit der man sich nicht auf die Existenz von Mengen festlegt.

Allgemein, also unabhängig davon, ob man das formale System der PM akzeptiert, gilt: „ist ein Nachfolger von“ lässt sich nur dann explizit definieren, wenn entweder Quantifikation höherer Stufe möglich ist oder die Existenz von Mengen angenommen wird. (In (3) wird in der Definition von „y ist ein Nachfolger von x“ in der 6. Zeile über Mengen quantifiziert.) So hält beispielsweise Quine fest: „Given the predicate ‘is a parent of’ and the apparatus of truth functions and quantification, but not given the predicate ‚ $\in$‘ of class membership and the

---

[173] Die Konstruktion findet sich in PM, S. 543–544.

[174] Russells Definition, die er im Rahmen seiner verzweigten Typentheorie gibt, ist barock. Ich übergehe sie hier und lasse somit die Erläuterung, warum höherstufige Quantifikation die Annahme der Existenz von Mengen unnötig macht, weg.

right to quantify over classes z, we should be deprived of this means of expressing ‚x is an ancestor of y'" (Quine, 1963, S. 28f).

Diese Einschätzung muss allerdings im Zusammenhang mit der Forderung verstanden werden, dass die natürlichen Zahlen explizit zu definieren sind. So wie Frege und Russell definiert auch Quine die Reihe der natürlichen Zahlen auf der Grundlage der in (3) dargelegten Konstruktion. Alle drei definieren dabei zuerst die Relation „y ist unmittelbarer Nachfolger von x in der Zahlenreihe". In (3) wird dann für xRy das Zeichen dieser Relation eingesetzt (vgl. Quine, 1963, S.74 f.). Allerdings zeigt Quine auch, dass es durchaus möglich ist, Zahlen ohne Mengenlehre bzw. höherstufige Quantifikation zu definieren. Dann aber ist eben nur eine implizite und keine explizite Definition möglich (vgl. Quine, 1937). So ist ja auch diejenige Wittgensteins, die ich im letzten Abschnitt zitiert habe, implizit.

Die Definition in (3) lässt sich auf jede beliebige zweistellige Relation anwenden. Die Reihen, die mit ihr konstruiert werden, sind jedoch nicht im Allgemeinen Reihen in der umgangssprachlichen Bedeutung des Wortes. Gemäss gängigem Verständnis einer Reihe gibt es ein erstes Reihenglied und jedes Glied hat eine bestimmte Position in der Reihe, so dass also die Gegenstände, die Glieder der Reihe sind, auf bestimmte Weise geordnet sind. Doch in (3) lässt sich für „xRy" zum Beispiel auch „x ist unmittelbarer Nachbar von y" einsetzen. Die damit erzeugte Reihe „x ist ein Nachbar von y" ordnet die Gegenstände, die in dieser Relation stehen, nicht. Ich spreche daher im Folgenden von einer Kette, wenn ich eine Reihe in diesem allgemeinen Sinn meine.

Die Definition in (3) lässt offen, ob es sich bei der Konstruktion um eine Kette oder um eine Reihe im eigentlichen Sinn handelt. Eine Reihe wird dann konstruiert, wenn es sich bei dieser Relation um eine asymmetrische handelt. Ist sie dagegen symmetrisch, dann resultiert eine Kette. Nun lassen sich wiederum zwei Weisen der Reihenbildung unterscheiden. So wird aus der Relation „y ist ein direkter Nachfahr von x", wenn wir diesen Ausdruck im biologischen Sinn verstehen, eine Reihe erzeugt, in der jedes Reihenglied mehrere Nachfahren haben kann. „y ist Nachfahr von a im dritten Glied" kann dann auf mehrere Gegenstände zutreffen. Dagegen wird mittels der Relation „y ist Thronfolger von x" eine Reihe erzeugt, in der die Nachfolger eindeutig sind. Eindeutigkeit wird dabei als Eigenschaft der Relation gedeutet und lässt sich formal wie folgt definieren:

(4) $(x)(y)(z)\ (xRy \,.\, xRz \supset y=z)$

Die Konstruktion einer eindeutigen Reihe, in der jedes Glied eine bestimmte Position hat und jede Position genau von einem Glied eingenommen wird, setzt somit voraus, dass die in der Konstruktion (3) verwendete Relation R die Eigenschaften hat, asymmetrisch und eindeutig zu sein.[175]

Ich habe dargelegt, dass eine eindeutige Reihe erzeugt wird, wenn die Konstruktion in (3) auf eine asymmetrische, eindeutige Relation angewendet. Eine solche Reihe lässt sich gemäss Russell nun auch durch eine Funktion beschreiben, die durch wiederholtes Anwenden auf ein Reihenglied alle nachfolgenden Glieder erzeugt. Ist ein erstes Reihenglied gegeben, erzeugt die Funktion also alle Glieder der Reihe. Diese Funktion kann dabei in der gleichen Weise eingeführt, wie mathematische Funktionen in den *Principia Mathematica* im Allgemeinen definiert werden.

Die in diesem Zusammenhang zentrale Definition lautet folgendermassen:

(5) S'x = (ιy) (xSy) Def.

Dies ist die allgemeine Definition einer deskriptiven Funktion, die auf der Relation S beruht, (vgl. Russell, 1908, S. 253). Sie lässt sich auf beliebige Relationen S anwenden. Eine deskriptive Funktion ist eine Funktion in einem mathematischen Sinn, durch die Entitäten Entitäten zugeordnet werden. Eine mathematische Funktion wird also von Russell als Kennzeichnung mittels kontextueller Definition auf eine *propositional function* zurückgeführt. Mit dem Apostroph „'" deutet Russell an, dass die Funktion eine deskriptive Funktion ist. Mit dieser Notation macht er also den Unterschied zwischen mathematischen Funktionen und *propositional functions* deutlich.

Aus der Definition (5) folgt unmittelbar, dass S'(x) nur dann etwas bezeichnet, wenn xSy eindeutig ist. Andernfalls ist ja die Kennzeichnung leer. Soll die durch (5) definierte Funktion eine Reihe erzeugen, dann muss die Relation S zusätzlich auch noch asymmetrisch sein.

Für Russell steht also am Anfang der Konstruktion der Nachfolger-Reihe eine echte Relation zwischen Gegenständen, nämlich die Relation S des unmittelbaren Nachfolgers in der Zahlreihe. Mittels dieser Relation lässt sich dann eine Funktion definieren, die jeder Zahl ihren direkten Nachfolger zuordnet. Die Zahlenreihe selbst lässt sich dann in der folgenden Weise notieren: 0, S'0, S'S'0 usw. Für Russell ist also bei der Definition einer Reihe der Zusammenhang zwischen echter Relation (die in der Notation als Zeichen auftritt und zwischen

[175] Wenn die Position eines Reihengliedes absolut bestimmt sein soll, wie dies für die Definition der Zahlenreihe erforderlich ist, muss zudem ein erstes Glied bestimmt sein.

Gegenständen besteht) und Funktion entscheidend. Eine Reihe ist für Russell eine Reihe von Gegenständen, in denen in gleichbleibender Weise vom einen auf den nächsten Gegenstand übergegangen wird.

4. 2. 3. Wittgensteins Analyse von „b ist ein Nachfolger von a“

Im Folgenden untersuche ich nun, wie sich Wittgensteins Analyse des Satzes „b ist ein Nachfolger von a“ von derjenigen Russells unterscheidet. Ich gehe dabei von den Resultaten aus, die ich im Kapitel 3.5 erarbeitet habe. Damit schaffe ich die Voraussetzung, um Wittgensteins Kritik an Frege und Russell zu erläutern. Zunächst sei auf eine Parallele zwischen Wittgensteins und Russells Definition hingewiesen: Wie Russell unterscheidet auch Wittgenstein zwischen der Relation R, die zwischen den Gegenständen besteht und dem Ausdruck „y ist ein Nachfolger von x“. In den *Principia* braucht Russell für letzteren das Symbol R_* Vgl. PM, S. 544f.

Gemäss Wittgensteins Analyse ist aber die Reihe nicht eine Reihe von Gegenständen, sondern eine Reihe von Sätzen und die sie ordnende Relation eine formale Relation. Das heisst aber: Die ordnende Relation ist gar keine Relation [176]. Interne Relationen Relationen zu nennen ist bloss eine *façon de parler.* Gemäss Wittgenstein beruht die Definition einer Reihe auf dem Zusammenhang zwischen interner Relation (die nicht als Zeichen in Sätzen auftritt, sondern zwischen Sätzen besteht) und Operation. Diesen Zusammenhang will ich nun an der folgenden Formenreihe, die Wittgenstein in 4.1273 angibt, verdeutlichen.

aRb
(∃x) (aRx .xRb)
(∃x,y) (aRx. xRy. yRb)

In Kapitel 3.5. habe ich zur Beschreibung der Formenreihe folgende Operation angegeben: S^n (aRb), wobei gilt $S^{n+1}(aRb) = (\exists x_{n+1})\,(aRx_{n+1}.S^n(x_{n+1}Rb))$. Wie dort angemerkt, wird damit keine eindeutige Formenreihe beschrieben. Um eine Eindeutige Reihe zu beschreiben, können wir nun ausgehend von Russells Definition folgende Operation definieren:

(6) $S'^{n+1}(aRb) = (\iota x_{n+1})\,(aRx_{n+1}.\ S'^{n}(x_{n+1}Rb))$

---

[176] Auf diesen Punkt weist auch Marie McGuinn hin, vgl. 2006, S. 181: „Thus, the general proposition ‚b is a successor of a‘ is not something that is expressed by means of a proposition of the form aRb, but it is expressed by means of a variable that expresses what all series that are ordered relative to an external relation, xRy, have in common.“ Aber sie irrt, wenn sie meint, dass für Frege und Russell „a ist ein Nachfolger von b“ durch die Relation xRy bezeichnet wird (ebenda.) Die Relation, welche die Reihe gemäss Frege und Russell ordnet, ist „ist ein *direkter* Nachfolger von“.

Zwei Punkte in Wittgensteins Analyse sind entscheidend: Erstens fasst er die Reihe als Satzreihe auf, an deren Anfang ein Elementarsatz steht und in der auf bestimmte, gleichbleibende Weise, von einem Satz auf den nächsten übergegangen wird: Eine interne Relation ordnet die Sätze. Diese interne Relation wird durch die Operation S' zum Ausdruck gebracht. Zweitens wird (über mehrere Schritte) ein begriffsschriftliches Zeichen dieser Operation definiert so, dass der Satz „b ist der Nachfolger von a" als Resultat dieser Operation auf den Elementarsatz notiert werden kann.

Man beachte: Den Elementarsatz „aRb" interpretiert Wittgenstein im Unterschied zu Russell nicht als „b ist direkter Nachfolger von a". Vielmehr haben wir gemäss seiner Analyse keinen umgangssprachlichen Ausdruck dafür.

Die Gegenüberstellung von Wittgenstein und Russell macht deutlich, dass Wittgenstein die Notation „'" von Russell übernommen hat. Es handelt sich aber dabei nicht bloss um eine Referenz an Russell, wie Frascolla meint (vgl. Frascolla 2007**)**. Bei Russell zeigt der Apostroph an, dass es sich bei der Funktion um eine echte Funktion handelt, durch die ein Gegenstand eindeutig einem Gegenstand zugeordnet wird. Auch bei Wittgenstein zeigt der Apostroph Eindeutigkeit an

Es ist zu beachten, dass es bezüglich der Verwendung von „'" auch einen wichtigen Unterschied zwischen Russell und Wittgenstein gibt: Bei Russell ist der Ausgangspunkt die Relation R, und R' zeigt an, dass die Funktion aus dieser Relation definiert ist. Bei Wittgenstein ist der Ausgangspunkt die interne Relation, die, wie gesagt, zwischen Symbolen besteht, aber nicht bezeichnet wird. Wenn S' die Operation in einer eindeutigen Formenreihe ist, dann bezeichnet S für sich nichts.

Auf der Grundlage des eben angestellten Vergleiches lässt sich nun auch die Kritik von Wittgenstein an Frege und Russell weiter ausführen. Frege und Russell unterscheiden Operationen nicht von Funktionen. Sie analysieren irrtümlicherweise Sätze, die mit Operationen gebildet sind, als Sätze, die mit höherstufiger Quantifikation gebildet sind. Das heisst, als Satzfunktionen, die Funktionen als Argumente haben. Entsprechend scheitert auch ihre Erklärung der Gültigkeit bestimmter Schlüsse.

Der Irrtum lässt sich am folgenden Beispiel aufzeigen. Ludwig der XIII. ist ein Nachfolger von Karl dem IX. Karl der IX ist ein Nachfolger von Franz dem I. Also ist Ludwig der XIII. ein Nachfolger von Franz dem I. Warum ist dieser Schluss logisch gültig, nicht aber der Schluss: Heinz ist ein Nachbar von Karl. Karl ist ein Nachbar von Franz also ist Heinz ein Nachbar von Franz? Wer antwortet, dass der Unterschied darin besteht, dass die Relation, in der die französischen Könige stehen, asymmetrisch, transitiv und eindeutig ist, nicht aber die Relation, in der die Quartierbewohner Heinz, Karl und Franz stehen, der geht der äusserlichen, schulgrammatischen Struktur der Sätze der beiden Argumente auf den Leim. So sieht es auf jeden Fall Wittgenstein. Wer glaubt, die Gültigkeit des ersten Schlusses beruhe auf den Eigenschaften der Relation, mit welcher Prämissen und Konklusion gebildet werden, der hat zwar gemäss Wittgenstein durchaus Ansätze der korrekten Analyse erkannt: Er hat erstens bemerkt, dass Prämissen und Konklusion einen gemeinsamen charakteristischen Zug aufweisen. Zweitens hat er auch bemerkt, dass die Gültigkeit des Argumentes mit diesem charakteristischen Zug zusammenhängt. Soweit liegt er richtig. Doch dann fasst er das Merkmal als Begriff auf. Er sagt: Schlüsse, die nach diesem Muster gebildet werden, sind gültig, weil die Relation, von der die Rede ist, die Eigenschaft hat, eindeutig, transitiv und asymmetrisch zu sein. Er meint also, das Merkmal mit einer Funktion bezeichnen zu können.

Dagegen ist in einer Begründung der Gültigkeit des ersten Schlusses gemäss Wittgenstein die Art und Weise, wie die Wahrheitsbedingungen der Prämissen und Konklusion bezeichnet werden, entscheidend.

$S'^{n}(aRb)$
$S'^{m}(bRc)$
———————
$S'^{n+m}(aRc)$

Der Zusammenhang zwischen Prämissen und Konklusion besteht darin, dass alle Sätze Resultate einer fortgesetzten Anwendung derselben Wahrheitsoperation sind. Die Gültigkeit des Schlusses zeigt sich darin, dass der Index der Konklusion die Summe der Indizes der Prämissen ist. Dass der zweite Schluss hingegen nicht gültig ist, zeigt sich darin, dass sich Aussagen der Form „a ist Nachbar von b“ nicht mittels einer Formenreihe analysieren lassen.

Abschliessend mache ich noch einige Bemerkungen zur Entwicklung der in diesem Kapitel diskutierten Notation: Wittgenstein beschäftigt sich mit ihr spätestens seit dem Zeitpunkt, als er mit der Niederschrift seiner Kriegstagebücher beginnt. Im Eintrag vom 5.9.1914 findet sich ein Versuch: „φa.φb.aRb= Def. φ[aRb]“. Der Eintrag zeigt, dass Wittgenstein dort noch davon ausgegangen ist, dass er „φ“ als Funktion definieren müsse. Wie Russell (und Frege) hat er Reihen als Reihen von Gegenständen aufgefasst. Vielleicht wollte er wie diese eine „erbliche Eigenschaft“ definieren, das heisst eine Eigenschaft, die dem ersten Reihenglied zukommt, und damit, dass sie immer dann, wenn sie einem Glied zukommt, auch dem Folgeglied zukommt, allen Reihengliedern zukommt. Dass sich Wittgenstein in seinem Eintrag vom 5.9.1914 mit Reihen beschäftigt, ist in der Literatur übersehen worden. Ein Grund dafür dürfte der sein, dass die Herausgeber der Kriegstagebücher die auf die zitierte Stelle direkt folgenden Notationen Wittgensteins einfach weggelassen haben. Wittgensteins Nachlassverwalter Ansombe, Von Wright und Rush Rhees sind berüchtigt dafür, Wittgensteins Texte für die Edition in willkürlicher Weise verändert zu haben, indem sie Teile ohne Kommentar weggelassen oder anders angeordnet haben.[177] Ebenso sind Anscombe und von Wright mit den Tagebüchern verfahren. In der zweiten Edition der Tagebücher weisen die Herausgeber wenigstens im Vorwort darauf hin, dass sie eine Anzahl von Passagen, die symbolische Notationen enthielten, weggelassen hätten, mit der Begründung: „Because nothing could be made of them". Sie entschuldigen sich damit, dass nicht immer klar gewesen sei, wie die Symbole zu transkribieren seien (vgl. Wittgenstein 1979, S. 1).[178] Im Text machen sie nicht kenntlich, wo sie etwas weggelassen haben. Fotografien der entsprechenden Stellen des Manuskripts finden sich im Appendix der Edition. Es ist nicht immer ersichtlich, woher diese Passagen stammen (manchmal ist das Datum des Eintrags mit auf der Fotografie). Man muss also das Manuskript einsehen können, um sie zu lokalisieren. Das ist mit der Bergen Edition von Wittgensteins Nachlass heute glücklicherweise möglich.[179]

In der Wittgenstein-Literatur gilt „φa.φb.aRb= Def. φ[aRb]" als das Paradigma für eine logische Analyse bei Wittgenstein und wird mit 2.0201 in Zusammenhang gebracht. Wie bereits im letzten Abschnitt bemerkt, halte ich diese Interpretation für verfehlt. Es handelt sich hier um einen ersten Versuch einer Definition, einer Reihe, die so keinen Bestand hat.

Weiss man, dass Wittgenstein sich hier mit Reihen beschäftigt, wird auch klar, dass er mit „Russells Definition", die er am 5.9. als unzulässig bezeichnet, Russells Definition des „Ancestors" meint, denn darin sagt Russell von zwei Dingen, dass sie identisch sind. (Vgl.

---

[177] Dies trifft besonders auf die *Bemerkungen zu den Grundlagen der Mathematik* zu. Vgl. Mühlhölzer, 2010.

[178] Doch die Herausgeber haben nicht nur die erwähnten Passagen weggelassen, sondern all jene Notizen, die Wittgenstein in Geheimschrift angefertigt hat. Darauf verweisen sie nicht. Zur Editionsgeschichte dieser „Geheimen Tagebücher", von deren Existenz lange nur wenige „Eingeweihte" wussten, vgl. Baum, 1991, „Nachwort zur Edition".

[179] Zu den undatierten Fotografien: Die erste ist vom Eintrag 20.9.14, nach der Bemerkung „Wie der *Satz-Verband* zustande kommt" Die zweite Fotografie stammt vom Eintrag des 20.7.16, der überhaupt nicht abgedruckt wurde. Auf der Fotografie ist nur ein Teil des Eintrages zu sehen.

auch den Eintrag vom 6.9.) Wittgenstein fragt, ob ein Satz Argument einer Funktion sein kann. „Wie kann sich eine Funktion *auf einen Satz beziehen*? ? ? ? Immer die uralten Fragen!“ (Eintrag vom 20. 9. 14). Er vermutet, dass es möglich sein müsse, Sätze auch anders als nach dem Schema von Subjekt-Prädikat-Sätzen zu analysieren. Er sucht nach einer Möglichkeit, Sätze derart zu analysieren, dass nicht mehr die bekannten grammatischen Formen resultieren. (Formen wie „fa“ und „aRb“ entsprechen ja immer noch schulgrammatischen Kategorien, „Max *singt*“ und „Max *liebt* Anna“). Mit seiner Analyse von „b ist ein Nachfolger von a“ hat er dieses Ziel erreicht.[180]

[180] Im *Tractatus* analysiert Wittgenstein auch Aussagen über Farben als Aussagen, die eine Verallgemeinerung zweiten Typs beinhalten. Er glaubt dort, dass „b ist heller als a“ sich in der Weise analysieren lässt, wie „b ist ein Nachfolger von a“. Ich denke, dass er schon im Herbst 1914 die Idee hatte, für Farbaussagen dieselbe Art von Analyse zu verwenden, wie für Anzahl aussagen. Ein Indiz dafür scheint mir der Eintrag am 19.9.14 zu sein.

5. Die allgemeinste Satzform $\left[\overline{p}, \overline{\xi}, N(\overline{\xi})\right]$

In diesem Kapitel erläutere ich die Variable, die Wittgenstein in Satz 6 angibt: $\left[\overline{p}, \overline{\xi}, N(\overline{\xi})\right]$ Diese Variable ist das Zeichen der allgemeinen Form der Wahrheitsfunktion. Und diese setzt Wittgenstein gleich mit der allgemeinen Form des Satzes. Es handelt sich also um die Beschreibung der „Sätze *irgendeiner* Zeichensprache", die Wittgenstein am Ende der Erläuterungen zu Satz vier in Aussicht gestellt hat. Einleitend frage ich, was unter einer solchen Beschreibung zu verstehen ist. Anschliessend erläutere ich, wie die Variable zu lesen ist und lege dar, warum sie meines Erachtens tatsächlich alle Möglichkeiten, Wahrheitsfunktionen zu bilden, beschreibt.

Die allgemeinste Satzform gibt nur das wieder, was am Satz „wesentlich" ist (vgl. 4.5). Mit ihr ist das allgemeinste Merkmal bezeichnet, das jeder Satz aufweist. In den Erläuterungen zu 4 – „Der Gedanke ist der sinnvolle Satz" – bestimmt Wittgenstein dieses Merkmal dadurch, dass er den Begriff der Wahrheitsbedingung einführt. Jeder Satz ist Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen (vgl. 4.431). Sinnvolle Sätze sind wahr unter bestimmten Bedingungen und falsch unter bestimmten Bedingungen (vgl. 4.463). Sinnvolle Sätze sind Gedanken, logische Bilder. Das heisst: Sie zeigen die Sachlage, die sie darstellen. Besteht die Sachlage, dann bildet der Satz die Wirklichkeit richtig ab und ist wahr. Sonst ist er falsch. Dabei zeigen sie richtig oder falsch, sind entsprechend wahr oder falsch. Wenn jeder Satz Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen ist, dann müssen diese im Satz bezeichnet werden. Der Satz zeigt seine Wahrheitsbedingungen. Wie das geschieht, hat Wittgenstein unter 4 noch nicht im Allgemeinen dargelegt, sondern erst für singuläre Sätze (vgl. 4.44ff.). Um aufzuzeigen, dass Sätze im Allgemeinen Ausdruck ihrer Wahrheitsbedingungen sind, braucht Wittgenstein den Begriff der Wahrheitsfunktion. Diesen bestimmt er in 5: „Der Satz ist eine Wahrheitsfunktion der Elementarsätze." Sowohl singuläre als auch allgemeine Sätzen können als Wahrheitsfunktionen aufgefasst werden: Sie sind wahr oder falsch in Abhängigkeit der Wahrheitsmöglichkeiten bestimmter Elementarsätze, die in ihnen bezeichnet werden.

Wie ich in Kapitel 3 ausgeführt habe, gibt es gemäss Wittgenstein drei Möglichkeiten, Sätze als Wahrheitsfunktionen zu analysieren. Dabei werden Sätze gemäss ihrer logisch-syntaktischen Form, nach der sie gebildet sind, voneinander unterschieden. Es lassen sich drei syntaktische Kategorien von Sätzen voneinander unterscheiden, je nachdem, wie ihre Wahrheitsbedingungen bezeichnet sind. Ein Satz ist entweder ein singulärer Satz oder ein allgemeiner, je nachdem ob die Elementarsätze einzeln angegeben werden oder ob sie beschreiben werden. Ist ein Satz ein allgemeiner Satz, dann gibt es wiederum zwei Möglichkeiten, wie die Elementarsätze in ihm beschrieben sein können, entweder als Satzklasse mit einer Variablen des ersten Typs, oder als Formenreihe mit einer Variablen des zweiten Typs. Beide Typen von Variablen können als Konstruktionsvorschriften für Sätze aufgefasst werden. Sie bezeichnen das Muster, nach dem Sätze zu bilden sind.

Was Wittgenstein noch fehlt, ist ein allgemeines Zeichen für die Wahrheitsfunktion. Die besondere Form, nach der ein Satz gebildet ist, soll zugleich auch als allgemeinste Satzform in den Blick geraten können. Diese allgemeinste Satzform ist das formale Gesetz, nach dem jeder beliebige Satz gebildet ist. Das heisst: Die Elementarsätze werden zwar in allen der drei Möglichkeiten, Wahrheitsfunktionen zu bilden, verschieden bezeichnet. Aber die Art und Weise, wie aus den Elementarsätzen eine Wahrheitsfunktion gebildet wird, soll jedes Mal dieselbe sein. Die Art und Weise, wie Sätze im Allgemeinen aus Elementarsätzen gebildet werden, ist dann ihr charakteristisches Merkmal. Die Variable, mit der Wittgenstein in 6 die allgemeine Satzform angibt, ist eine Variable zweiten Typs. Sie bezeichnet die Regel, mit dem sich Sätze aus Sätzen bilden lassen. Damit definiert Wittgenstein, was Wahrheitsfunktionen im Allgemeinen sind.

Der begriffsschriftliche Ausdruck in 6 beschreibt somit jeden möglichen Ausdruck von Wahrheitsbedingungen: Jeder mögliche Sinn kann durch ein Symbol, auf welches die Beschreibung passt, ausgedrückt werden. Umgekehrt kann auch jedes Symbol, das beschrieben wird, einen Sinn ausdrücken, „wenn die Bedeutungen der Namen entsprechend gewählt werden“ (4.5).[181]

---

[181] Worauf Wittgenstein mit diesem Zusatz hinaus will, ist mir nicht klar. Ein Symbol ist für ihn ein sinnvolles Zeichen, keine Formel, die sich in einem weiteren Schritt interpretieren lässt. Er trennt nicht syntaktische von semantischen Eigenschaften von Zeichen, sondern die syntaktischen Eigenschaften sind sozusagen der Ausdruck der semantischen Eigenschaften. Daher beschreibt auch die Variable in 6 keinen „leeren“ Formalismus, sondern sinnvolle Sätze. Ich argumentiere in diesem Kapitel dafür, dass sie beschreibt, wie sich jeder Satz Schritt für Schritt aus bestimmten Elementarsätzen rekonstruieren lässt. Wittgenstein scheint aber mit dem Zusatz zu bemerken, dass sich mit der Variable Zeichen konstruieren lassen, die man später so interpretieren kann, dass sie dann auch einen Sinn ausdrücken. In meiner Interpretation gehe ich dagegen davon aus, dass der Satz in der Umgangssprache schon gegeben ist. Vermutlich will Wittgenstein in 4.5 darauf hinweisen, dass sich nicht nur Sätze, die wir schon geäussert haben, damit konstruieren lassen, sondern alle Sätze, die möglich sind. Aber heisst das, dass wir Zeichen auf Vorrat konstruieren können, um sie dann brauchen können, wenn wir einen bestimmten Sinn auch noch ausdrücken wollen?

Das Kapitel baut auf den Resultaten auf, die ich in Kapitel 3 erarbeitet habe. Daher fasse ich diese Resultate hier nochmals kurz zusammen. Ich habe dort dargelegt, dass in der Rede über charakteristische Merkmale, die sich an bestimmten Symbolen zeigen, diese Symbole verallgemeinert werden. Wenn wir darüber reden, was sich an Sätzen zeigt, dann verständigen wir uns über gemeinsame Merkmale dieser Sätze. Wir verständigen uns darüber, dass und wie Sätze als Sätze einer Gruppe aufgefasst werden können. Und indem wir Sätze als Sätze einer Gruppe auffassen, verallgemeinern wir diese. So redend bilden wir eine Variable. Wenn die Variable richtig in der Begriffsschrift notiert wird, dann weist die Notation die charakteristischen Merkmale der Symbole auf. Die Variable zeigt somit das charakteristische Merkmal bestimmter Symbole. Indem man sie notiert, zeigt man, was sich an jedem dieser Symbole zeigt. Eine Variable ist für Wittgenstein also eine formale Beschreibung von Symbolen.

Schliesslich habe ich in diesem Kapitel dargelegt, dass Wittgenstein zwei Weisen der Verallgemeinerung unterscheidet: Ein Satz kann zu einer Satzklasse verallgemeinert werden. Oder er kann zu einer Formenreihe verallgemeinert werden. Entsprechend gibt es in der Begriffsschrift auch zwei Typen von Variablen: Variablen wie „fx“ und Variablen wie „[a,x,O’x]“. Beide Typen von Variablen können aber als Konstruktionsvorschriften für Sätze aufgefasst werden, als Muster, nach dem Sätze zu bilden sind. Beim ersten Typ von Variablen geschieht dies durch Substitution des Arguments, beim zweiten Typ durch sukzessives Anwenden einer Operation auf eine Basis.

Dieses Kapitel ist nun aber dem allgemeinsten Merkmal von Sätzen gewidmet. Es soll nun nicht mehr untersucht werden, wie diese oder jene Gruppe von Sätzen nach einem bestimmten Muster gebildet werden. Vielmehr soll diskutiert werden, ob und wie sich alle Sätze nach einem einzigen Muster bilden lassen.

5. 1. „Es verhält sich so und so“

Im *Tractatus* bestimmt Wittgenstein Sätze zunächst als logische Bilder (in 2 und 3), dann als Ausdruck ihrer Wahrheitsbedingungen (in 4), schliesslich als Wahrheitsfunktionen bestimmter Elementarsätze (in 5). Ich vertrete die These, dass er dabei jedes Mal das charakteristische Merkmal von Sätzen fasst. Jede Charakterisierung baut dabei auf der vorangehenden auf und alle drei dienen dazu, die allgemeinste Satzform, die er in 6 angibt, verständlich zu machen. In den entsprechenden „Sätzen“ des *Tractatus* redet Wittgenstein darüber, was sich an der Sprache zeigt. Er macht seine Leser auf einen charakteristischen Zug aufmerksam, den jeder Satz aufweist. Dieser Zug ist ein allgemeinstes Merkmal unseres Zeichengebrauchs: Immer wenn wir Zeichen gebrauchen, um die Wirklichkeit abzubilden, dann brauchen wir die Zeichen als Ausdruck bestimmter Wahrheitsbedingungen. Wie ich in Kapitel 3 dargelegt habe, zielen diese Bemerkungen darauf ab, das charakteristische Merkmal von Sätzen in der „Umgangssprache“ zu beschreiben. In diesen Bemerkungen wird aber nichts behauptet, es wird keine Aussage gemacht. Vielmehr wird das bezeichnet, was an unserem Zeichengebrauch charakteristisch ist, also das, was alle Ausdrucksweisen von Gedanken in jeglichen Zeichensprachen gemeinsam haben. Es handelt sich also um eine Begriffsbestimmung, um eine implizite Definition. Dass Wittgensteins Äusserungen im *Tractatus* die schulgrammatische Form von Aussagesätzen haben, spielt dabei keine Rolle. Bei der Unterscheidung von Symbolen kommt es ja nicht auf die „äusserliche“ schulgrammatische Struktur an, sondern auf die logische.

Dieser Punkt lässt sich anhand der Bemerkung 4.5 verdeutlichen. In 4.5 sagt Wittgenstein, die allgemeinste Satzform sei: Es verhält sich so und so. Obwohl auch diese Bestimmung die schulgrammatische Form eines Aussagesatzes hat, dieselbe wie etwa „Es verhält sich so, dass manche Menschen singen, wenn sie Velo fahren“, handelt es sich bei ihr offensichtlich nicht um einen Satz. Mit ihr legt Wittgenstein nicht fest, wie es sich verhält. Es weist bloss auf das charakteristische Merkmal jedes Satzes hin: Jeder Satz sagt, *dass* etwas der Fall ist. Und am Satz ist zugleich ersichtlich, *was* der Fall ist, wenn er wahr ist (4.022). „Es verhält sich so und so“ ist unbestimmt. Erst wenn das unbestimmte „so und so“ durch einen Ausdruck ersetzt wird, mit dem bestimmt ist, wie es sich verhält, entsteht ein Satz. Die unbestimmte Wendung „so und so“ bezeichnet, zumindest im Zusammenhang des *Tractatus*, die Konstruktionsregel, gemäss der alle Sätze gebildet werden können.[182]

[182] Vgl. Glock, 1996b, Eintrag „general propositional form“: „This is how things are‘ […] sounds like an English sentence, it consists of subject and predicate […].“ Glock stellt richtig fest, dass damit der

Ich denke daher, dass Wittgenstein mit „Es verhält sich so und so“ seine Bestimmung des Satzes als Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen zusammenfasst. Die Variable in 6 ist somit gewissermassen der begriffsschriftliche Ausdruck für „Es verhält sich so und so“. Wittgenstein gibt die allgemeinste Satzform in 6 formal, in 4.5, in scherzender Weise, umgangssprachlich wieder. Formal Wittgenstein notiert die Variable wie folgt:

(1) $\left[\overline{p}, \overline{\xi}, N(\overline{\xi})\right]$

In (1) ist eine Variable des zweiten Typs angegeben. Sie beschreibt somit Formenreihen: $\overline{p}$ bezeichnet das erste Glied der jeweiligen Reihe. $\overline{\xi}$ ein beliebiges Glied und N($\overline{\xi}$) zeigt an, wie aus einem beliebigen Glied das nächste zu konstruieren ist.

Es wird sich im Folgenden zeigen, dass bei der Erläuterung des Symbols (1) verschiedene Schwierigkeiten auftreten. Ob sich diese Schwierigkeiten beseitigen lassen oder nicht, hängt davon ab, was als Zweck der Variable angesehen wird. Immer dann, wenn bei der Interpretation von (1) ein Problem auftaucht, wird deshalb zu fragen sein, was Wittgenstein denn mit (1) genau bezweckt.

Zunächst ist anzumerken, dass in (1) der Apostroph nach dem Operationszeichen fehlt. Dies zeigt an, dass es sich bei der Formenreihe nicht um eine eindeutige Reihe handelt. Wittgenstein verwendet den Apostroph, um zwei verschiedene Typen von Reihen zu unterscheiden.[183] Dass es sich bei der durch (1) bezeichneten Formenreihe nicht um eine eindeutige Reihe handeln kann, ist auch klar: Erstens kann die Operation mehr als einen Satz als Basis haben. Zweitens können auf jeder Stufe der Konstruktion neue Elementarsätze als Basen eingeführt werden. Drittens ist nicht allgemein bestimmt, mit welchen Elementarsätzen die Konstruktion startet.[184] Festgelegt ist einzig, dass Elementarsätze den Ausgangspunkt der Reihe bilden. Je nachdem, welche gewählt werden, resultiert natürlich eine andere Reihe.

Begriff des Satzes bezeichnet wird, nämlich die Regeln, gemäss denen Sätze gebildet werden. Er bemerkt jedoch nicht, dass mit der Bezeichnung dieser Regeln eine Variable gebildet wird und dass der begriffsschriftliche Ausdruck in 6 diese Regeln festsetzt.

[183] Vgl. Soames, 1983, S. 587f. Anm. 33. Vgl. auch mein Kapitel 4.2.2.

[184] Diese Beobachtung macht auch Glock (vgl. 1996, Eintrag „general propositional Form“). Da er übersieht, dass Wittgenstein zwischen eindeutigen Reihen und anderen unterscheidet und diese Unterscheidung mit dem Apostroph anzeigt, schliesst er, es könne sich hier nicht um eine Formenreihe handeln.

5. 2. Zu $\overline{p}$

Wir stossen bereits auf die erste Schwierigkeit. Was bezeichnet ? $\overline{p}$ „*Die* Elementarsätze“ sagt Wittgenstein in 6.001 (meine Kursivsetzung). Doch alle Elementarsätze kann er damit nicht meinen, denn dann liessen sich mit (1) nur zwei Sätze konstruieren: erstens den Satz, der mittels Anwendung von N auf alle Elementarsätze erzeugt wird, und der dann und nur dann wahr ist, wenn alle Elementarsätze falsch sind; aus diesem Satz dann zweitens mittels Anwendung von N noch ein weiterer Satz, der dann und nur dann wahr ist, wenn mindestens ein Elementarsatz wahr ist. Ausserdem beschreibt $\overline{p}$ die Elementarsätze nicht: Diese lassen sich a priori gar nicht angeben (vgl. 5.5571).[185] Zudem entspricht p keiner der zwei Typen von Variablen, die Wittgenstein zur Beschreibung von Sätzen einführt. Was meint er also mit $\overline{p}$ notiert zu haben? Ich denke, eine Lösung dieser Schwierigkeit ergibt sich aus folgender Überlegung: Wie ich an verschiedenen Stellen betont habe, ist für Wittgenstein eine Begriffsschrift kein leerer Formalismus. Sie ist ein Instrument, um Sätze der Umgangssprache so zu

[185] Zunächst scheint Wittgenstein davon ausgegangen zu sein, dass sich auch die Elementarsätze auseinander konstruieren lassen. Wie die Variablen des ersten Typs zeigen, ist es für eine Konstruktion von Sätzen aus Sätzen nicht vorausgesetzt, dass die Sätze voneinander logisch abhängig sind. Ihre gegenseitige logische Unabhängigkeit verunmöglicht also nicht eine Konstruktion der Elementarsätze. So schreibt Wittgenstein am 23.11.1916: „Wie ich z.B. die Elementarsätze auffasse, muss ihnen etwas gemeinsam sein; sonst könnte ich überhaupt nicht kollektiv von ihnen allen als den ‚Elementarsätzen‘ sprechen. Dann müssen sie aber auch als Resultate von Operationen aus einander entwickelt werden können. Denn wenn zwei Elementarsätzen wirklich etwas gemeinsam ist, was einem Elementarsatz und einem zusammengesetzten nicht gemeinsam ist, so muss sich dies Gemeinsame irgendwie allgemein zum Ausdruck bringen lassen“ (vgl. Wittgenstein, 1979; auf diese Stelle hat mich Martin Pilch aufmerksam gemacht.) Ein solches Gemeinsames wäre ein charakteristisches Merkmal der Elementarsätze und dieses sollte durch eine Variable bezeichnet werden können. Offenbar ist es Wittgenstein nicht gelungen, eine solche Variable zu bestimmen. Im *Tractatus* rechtfertigt Wittgenstein die Rede von *den Elementarsätzen* so: „Es ist klar, wir haben vom Elementarsatz einen Begriff, abgesehen von seiner besonderen logischen Form. Wo man aber Symbole nach einem System bilden kann, dort ist dieses System das logisch wichtige und nicht die einzelnen Symbole. Und wie wäre es auch möglich, dass ich es in der Logik mit Formen zu tun hätte, die ich erfinden kann; sondern mit dem muss ich es zu tun haben, was es mir möglich macht, sie zu erfinden“ (5.555). Ich interpretiere diese Passage wie folgt: Im Vornherein lässt sich nichts über die Formen der Elementarsätze festsetzen. Es lässt sich also nicht angeben, wie alle Elementarsätze konstruiert werden können. Trotzdem darf man von den Elementarsätzen im Allgemeinen reden. Dies ist aus dem Grund zulässig, weil sich mit ihnen Symbole nach einem System bilden lassen, nämlich alle Sätze gemäss dem Konstruktionsgesetz der allgemeinen Satzform.

notieren, dass ihre logischen Eigenschaften deutlich werden. Der Zweck der Variable (1) besteht folglich nicht darin, irgendwelche Formeln (z.B. alle Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe) zu produzieren, sondern die Notation zu beschreiben, mit der wir einen bestimmten Satz so wiedergeben können, dass seine logischen Eigenschaften deutlich sind. Ausgehend von einem bestimmten Satz lässt sich fragen, wie sich dieser Satz schrittweise aus Elementarsätzen rekonstruieren lässt und welche Elementarsätze das sind. Diese Konstruktionsreihe ist eine Beschreibung dieses Satzes.[186] Die Basis der Reihe wird deshalb meines Erachtens durch den Satz bestimmt, der rekonstruiert werden soll. „p“ bezeichnet also die Elementarsätze, aus denen ein bestimmter Satz rekonstruiert wird. Gemäss dem, was Wittgenstein unter 5.501 über Klammerausdrücke sagt, deren Glieder Sätze sind, ist „p“ eine Variable und der Balken deutet an, dass „p“ seine Werte vertritt, wobei ihre Reihenfolge gleichgültig ist. Dass „p“ eine Variable ist, ist wohl so zu verstehen, dass die Elementarsätze, mit denen die Konstruktion startet, je nachdem, welcher Satz rekonstruiert werden soll, variiert.

Heisst das aber nicht, das Pferd vom Schwanz aufzuzäumen? Weil die umgangssprachliche Wiedergabe eines Satzes dessen logischen Beziehungen nicht deutlich macht, ist es ja gerade nicht klar, welcher Elementarsätze Wahrheitsfunktion er ist. Es muss deshalb vorausgesetzt werden, dass der Satz bereits analysiert ist und entsprechend in die Notation Russells (oder Freges) übertragen ist, respektive, wenn er eine Verallgemeinerung zweiten Typs beinhaltet, in Wittgensteins Notation.[187] Es muss also bereits bestimmt sein, wie das Satzzeichen verwendet wird, um einen bestimmten Satz zu bilden. Der Sinn der umgangssprachlichen Äusserung muss bereits expliziert sein und der Satz entsprechend in die Begriffsschrift übertragen. Dann ist der Satz in einer Notation ausgedrückt, in welcher seine Wahrheitsbedingungen an den Zeichen selbst deutlich gemacht sind.[188] Ist ein Satz einmal so notiert, dann beschreibt die Variable (1), wie der Satz Schritt für Schritt aus den Elementarsätzen zu konstruieren ist. Der Zweck von (1) besteht demnach darin aufzuzeigen, *dass* der Satz sich tatsächlich mit nur einer einzigen Operation konstruieren lässt. Was das im Einzelnen besagt, erläutere ich im Folgenden.

[186] Vgl. Ricketts, 2013, S. 128: „Wittgenstein uses a description of the construction of a sentence via the iterated application of truth-operations to elementary sentences as an expression of the sense of that sentence. Descriptions of the construction of sentences are used for those very sentences.“

[187] Vgl. Ricketts, A.o. ebenda

[188] Zur logischen Analyse vgl. Kapitel 2.3.3, 3.3 und 3.4.

5. 3. Zu $N(\overline{\xi})$

Ich habe dargelegt, dass Wittgenstein drei Möglichkeiten unterscheidet, Sätze als Wahrheitsfunktionen bilden. Der Zweck von (1) besteht darin, nachzuweisen, dass es sich bei singulären Sätzen, allgemeinen Sätzen, die Verallgemeinerungen erster Art beinhalten, und allgemeinen Sätzen, die Verallgemeinerungen zweiter Art beinhalten, nicht um drei Typen von Sätzen handelt. Mit (1) soll also gezeigt werden, dass alle diese Sätze auf dieselbe Weise gebildet sind, dass sich also alle Wahrheitsfunktionen auf dieselbe Weise bilden lassen. Und zwar sollen sie sich dadurch bilden lassen, dass sie sich schrittweise aus Elementarsätzen unter Anwendung einer einzigen Operation konstruieren lassen.

Um zu erläutern wie dies geschieht, ist zunächst einmal darzulegen, wie der Begriff der Wahrheitsfunktion und der Begriff der Wahrheitsoperation aufeinander bezogen sind. Wahrheitsfunktionen lassen sich auch in Russells Notation ausdrücken.[189] Wittgenstein erklärt allerdings die Bezeichnungsweise der Zeichen dieser Notation anders als Russell. Wie Wittgenstein die Bezeichnungsweise von Variablen erklärt, habe ich im Kapitel 3 dargelegt. Im Kapitel 4. 1 erläutere ich, dass er damit auch die Bezeichnungsweise von *propositional functions* anders erklärt als Russell. Nun erläutere ich Wittgensteins Erklärung der Bezeichnungsweise logischer Junktoren und Quantoren, mit denen Russell Wahrheitsfunktionen notiert. Wittgenstein fasst sowohl Junktoren als auch Quantoren als Operationszeichen auf. (Dagegen interpretieren Russell und Frege diese als Funktionen.[190]) Mit solchen Zeichen lassen sich Wahrheitsfunktionen als Resultate von Wahrheitsoperationen notieren. Angenommen, p und q seien Elementarsätze. Dann ist beispielsweise „p ⊃ q“ das Resultat einer Operation auf p und q: Der Satz, welcher falsch ist genau dann, wenn p wahr und q falsch ist. Die Wahrheit und Falschheit des so gebildeten Satzes ist eine Funktion der Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze.

Durch Anwendung von Wahrheitsoperationen lassen sich aus Sätzen neue Sätze bilden. Dabei ist das Resultat jedes Mal eine Wahrheitsfunktion der Elementarsätze. Wird aus „p ⊃ q“ und einer weiteren Basis, dem Elementarsatz „r“ ein neuer Satz gebildet, beispielsweise „r . (p ⊃ q)“ ist dieser wiederum eine Wahrheitsfunktion der Elementarsätze „r“, „p“, „q“: Der Satz ist falsch genau dann, wenn r wahr ist, p wahr und q falsch oder wenn r falsch ist.

[189] Russell braucht den Begriff „truth-function“ bereits in den *Principia Mathematica*, vgl. PM S. 8.

[190] Vgl. Ricketts, 2002.

Nun behauptet Wittgenstein, dass nicht nur alle Wahrheitsfunktionen sich als Resultate von Operationen auf Elementarsätze konstruieren lassen (5.234), sondern auch, dass eine einzige Operation dazu genügt (5.5). Die Gültigkeit dieser Bemerkung beruht darauf, dass verschiedene Wahrheitsoperationen dasselbe Resultat haben können, wie Wittgenstein in 5.41 festhält. So lässt sich zum Beispiel „p ⊃ q“ auch als „~ (~p ∨ q)“ notieren. Wenn verschiedene Wahrheitsoperationen dasselbe Resultat haben, dann lassen sie sich auch wechselseitig definieren (vgl. 5.42 und 5.441). So könnte man z.B. die Wahrheitsoperation, die mit dem Zeichen „⊃“ gebildet wird, als eine bestimmte Abfolge der Operationen definieren, die mit „~“ und „∨“ gebildet werden. (Tatsächlich verwendet ja Russell „~“ und „∨“ als „Urzeichen“ und definiert die übrigen logischen Junktoren mit ihnen. Frege verwendet in seiner Begriffsschrift nur „⊃“ und „~“.) Wittgenstein bemerkt weiter, dass die Anzahl der nötigen Grundoperationen nur von der verwendeten Notation abhängt (5.474). Diese muss die richtige „Dimension“ oder „Mannigfaltigkeit“ haben (5.475). Wittgenstein gibt sie in 5.5 an:

(3) (-----W), (ξ, ...) = $N(\bar{\xi})$ Def.

Diese Operation ist mit der Wahrheitstafelnotation definiert. Mit Wahrheitstafeln lassen sich Sätze als Wahrheitsfunktionen notieren. Wenn logische Junktoren und Quantoren Wahrheitsoperationen sind, so die Idee, dann lassen sie sich mit der Wahrheitstafelnotation definieren. Und wenn eine einzige Operation ausreicht, um alle Sätze zu konstruieren, dann lassen sich mit ihrer Definition auch alle anderen Wahrheitsoperationen definieren. An einem Beispiel will ich aufzeigen, wie sich mit Wahrheitstafeln logische Junktoren definieren lassen. Man betrachte folgendes Satzzeichen:

„

p	q	
w	w	f
f	w	f
w	f	f
f	f	w

“

Das Zeichen lässt sich auch so wiedergeben: „(---W)(p,q)“. Dies ist der Satz, der genau dann wahr ist, wenn p und q falsch sind. Es gilt also (---W)(p,q) = p | q. Nun lassen sich logische Junktoren durcheinander definieren, z.B. eben durch den Sheffer-Strich, dem hier definierten Junktor.[191] (Z.B. gilt $(p \mid q) \mid (p \mid q) = p \,.\, q$). Logische Junktoren werden immer auf zwei Basen angewendet. Aus bereits konstruierten Sätzen, lassen sich durch wiederholtes Anwenden weitere Sätze konstruieren. Durch fortgesetztes Anwenden des Sheffer-Striches auf Elementarsätze lassen sich somit alle Wahrheitsfunktionen bilden, die eine bestimmte Anzahl Basen haben, wobei die Basen durch Aufzählung angegeben werden. (Also die Sätze der Aussagenlogik.)

Die Definition der N-Operation in (3) ist die Erweiterung des Sheffer-Striches auf beliebig viele Basen. Um sie zu geben, erweitert Wittgenstein, wie gesagt, die Wahrheitstafel-Notation:

(-----W), (ξ, ...). Dabei ist ξ hier gewissermassen ein Platzhalter. Der Buchstabe deutet bloss an, dass da ein Elementarsatz stehen soll ohne ihn zu spezifizieren.[192] Das ganze Satzzeichen ist dann ein Schema. Es bezeichnet Wahrheitsfunktionen, die wahr sind, wenn alle Elementarsätze, die sie als Argumente haben (ihre Wahrheitsargumente) falsch sind. Solche Wahrheitsfunktionen werden mit dem N-Operator erzeugt. In $N(\overline{\xi})$ ist mit dem Balken über ξ angedeutet, dass ξ alle seine Werte vertritt, wobei deren Reihenfolge gleichgültig ist (5.501).

Wie die Basen für N zu bestimmen sind (und damit die Wahrheitsargumente des Ausdrucks in 5.5), hält Wittgenstein in 5.501 fest: Es ist gleichgültig wie dies geschieht. Wittgenstein selbst führt drei Möglichkeiten an. Auf diese drei Möglichkeiten werde ich im Verlauf dieses Kapitels eingehen. Zuerst gehe ich auf Wittgensteins Bemerkung ein, dass sich alle Wahrheitsfunktionen und damit alle Operationen mit einer einzigen Operation erzeugen lassen sollen. Die Notation der Wahrheitsoperation $N(\overline{\xi})$, die er in 5.5 definiert, hat die richtige Mannigfaltigkeit, um damit alle Wahrheitsfunktionen zu notieren, dies ist Wittgensteins Anspruch (vgl. 5.474f.). Mit ihr sollen sich nicht nur die logischen Junktoren definieren lassen, sondern auch die beiden Quantoren ∃ und (). Ausserdem sollen sich damit auch Aussagen bilden lassen, welche eine Verallgemeinerung des zweiten Typs beinhalten. Damit komme ich auf die Frage zurück, wie die Basen der Operation zu bestimmen sind, und auf Wittgensteins merkwürdige Bemerkung, dass es gleichgültig sei, wie das geschehe. Diese lakonische Bemerkung interpretiere ich so, dass es für das charakteristische Merkmal des Satzes, um das es ihm ja geht, keine Rolle spielt, wie die Elementarsätze bestimmt werden. Wichtig ist bloss, *dass* sie bestimmt sind. Die Unterschiede zwischen singulären Sätzen, allgemeinen Sätzen der

[191] Vgl. Sheffer, 1913.

[192] Wittgenstein nennt ξ Variable. Tatsächlich handelt es sich aber nicht um eine Variable in dem Sinne, wie in Kapitel 3 besprochen. Er braucht den Buchstaben so wie Frege ihn braucht, vgl. Anm. 88).

ersten Art und allgemeinen Sätzen der zweiten Art sind nebensächlich.[193] Sie sind alle in derselben Weise Wahrheitsfunktionen. Dass dem so ist, das zeigt sich eben daran, dass sie sich mit der N-Operation konstruieren lassen. Auf diese Konstruktion will ich nun eingehen.

Die drei Arten, die Basis der N-Operation zu beschreiben, sind die folgenden:

1. Die direkte Aufzählung. Werden die Elementarsätze so bestimmt, dann resultiert ein singulärer Satz.

2. Die Angabe einer Funktion, welche die Elementarsätze beschreibt. Aus einer solchen Beschreibung resultieren allgemeine Sätze der ersten Art, also quantifizierte Sätze.

3. Die Angabe eines formalen Gesetzes, nach dem die Sätze gebildet sind. Aus einer solchen Beschreibung resultieren allgemeine Sätze der zweiten Art.

Die 1. und die 3. Möglichkeit, die Elementarsätze zu bestimmen und die entsprechenden Sätze zu rekonstruieren, bereiten keine Probleme. Im Zusammenhang mit der ersten Möglichkeit ist es ja klar, dass sich erstens alle singulären Aussagen mit den gebräuchlichen Junktoren bilden lassen und dass sich alle Junktoren aus einem einzigen Junktor definieren lassen. Dieser Punkt ist in der Literatur hinreichend diskutiert und ich verzichte daher hier auf eine weitere Darlegung.[194] Bei der dritten Möglichkeit werden die Elementarsätze als Glieder einer Reihe beschrieben, beziehungsweise als Glieder von Konjunktionen, welche wiederum die

---

[193] Ob diese Unterschiede tatsächlich nebensächlich sind, das bleibe hier dahingestellt. Ich möchte aber kurz skizzieren, in welche Richtung die Untersuchung in diesem Zusammenhang fortgesetzt werden könnte. So wissen wir zum Beispiel aus der mathematischen Logik, dass der Prädikatenkalkül andere Eigenschaften hat als der Aussagekalkül. Es wäre zu fragen, ob es möglich ist, die Unterschiede zwischen Aussagenlogik und Prädikatenlogik als Unterschiede im Bestimmen der Wahrheitsbedingungen von Sätzen zu deuten. Eine andere Frage ist, ob Wittgenstein auf die Behauptung festgelegt ist, dass sich jede Formel des Prädikatenkalküls gemäss der Variable (1) konstruieren ist. Dabei wäre insbesondere die Frage zu stellen, ob es sinnvoll ist anzunehmen, dass jede Formel des Prädikatenkalküls der Ausdruck eines Satzes der Umgangssprache ist. Möglicherweise gibt es Gründe dafür anzunehmen, dass ein eingeschränkter Prädikatenkalkül genügt, um diese Sätze zu formalisieren. Dann wäre zu untersuchen, ob solch ein eingeschränkter Kalkül andere Eigenschaften besitzt als die Aussagenlogik. Für eine Untersuchung der formalen Eigenschaften von Wittgensteins Notation vgl. Rogers und Wehmeier, 2012.

[194] Für eine systematische Darlegung vgl. beispielsweise Anscombe, 1967, S. 132–134.

Reihe bilden. Dabei wird also eine Variable des zweiten Typs angegeben. Wie mit einer solchen Variablen Sätze beschrieben werden, habe ich in Kapitel 3.5 dargelegt.

Um einen quantifizierten Satz zu rekonstruieren, werden die Basen der N-Operation mit einer Funktion beschrieben, wie Wittgenstein in 5.501 sagt. Diese Art der Beschreibung ist die Beschreibung durch eine Variable ersten Typs. Ich habe sie in Kapitel 3.2 erläutert. Wittgenstein erläutert die Anwendung von N auf so bestimmte Basen in Bemerkung 5.52: „Sind die Werte von ξ sämtliche Werte einer Funktion *fx* für alle Werte von *x*, so wird $N(\bar{\xi})$ = ~(∃x) (fx).“ Der Satz, der daraus resultiert, dass die N-Operation auf eine Satzklasse anwendet wird, ist ja genau dann wahr, wenn jeder Satz der Satzklasse falsch ist. Auch durch Angabe mehrerer Satzklassen lassen sich so Sätze konstruieren, beispielsweise ist der Satz N(fx,gy) die Rekonstruktion von (~∃x,y) (fx ∨ gy).

Möchte man weitere quantifizierte Sätze rekonstruieren, so stösst man aber auf zwei Probleme: Erstens ist nicht klar, wie die innere Negation und also solche Sätze wie (∃x) (~fx) zu bilden sind. Daher ist es auch unklar, wie (x) (fx) zu bilden ist. Zweitens ist nicht klar, wie mehrfach quantifizierte Sätze zu bilden sind. Es ist also, was die Rekonstruktion quantifizierter Sätze angeht, unklar, wie ein beliebiges Glied $\bar{\xi}$ der Formenreihe $\left[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})\right]$ aussieht.

5. 4. Zu $\overline{\xi}$

Meines Erachtens entstehen die am Ende des letzten Abschnittes genannten Probleme aus dem Grund, weil der Zweck des Symbols (1) unklar ist und damit auch der Zweck der Rekonstruktion von quantifizierten Sätzen unter Verwendung der N-Notation. Beabsichtigt Wittgenstein, mit seiner Notation Russells Notation zu ersetzen? Und wenn dem so ist, denkt er, seine Notation sei korrekt und diejenige von Russell fehlerhaft? Oder denkt er, Russells Notation sei korrekt und jeder quantifizierte Satz könne in die N-Notation übertragen werden? Im diesem Fall wären die Notationen gleich ausdrucksstark, sie würden dann zwei Möglichkeiten bieten, dieselben Sätze zu bilden. Falls Wittgenstein nicht beabsichtigt, Russells Notation zu ersetzten, wozu entwickelt er dann die N-Notation überhaupt?

Ich vertrete im Folgenden die These, dass Wittgenstein Russells Notation nicht ersetzten will. Insbesondere braucht Wittgenstein die N-Notation nicht, um damit mehrfach quantifizierte Sätze wiederzugeben. Vielmehr braucht er die Notation um aufzuzeigen, wie alle Sätze und insbesondere auch mehrfach quantifizierte Sätze, Schritt für Schritt gebildet werden.[195] Dadurch, dass wir erkennen, wie wir quantifizierte Sätze schrittweise konstruieren können, erkennen wir die Bezeichnungsweise der Zeichen, aus denen diese Sätze gebildet sind.[196] Was das genau besagt, werde ich gleich darlegen. Zuerst möchte ich aber kurz die Auffassung diskutieren, Wittgenstein habe Russells Notation für fehlerhaft gehalten.

Diese Auffassung steht im Widerspruch zu einer Reihe von Bemerkungen, die Wittgenstein im *Tractatus* macht. Meines Erachtens macht Wittgenstein dadurch, dass er Russells Notation selbst verwendet, klar, dass er deren Verwendung nicht nur prinzipiell für zulässig

---

[195] Dummett legt dar, dass Freges Notation mehrfachquantifizierter Sätze die Einsicht unterliegt, dass sich solche Sätze in einer Reihe von Schritten bilden lassen und dass sich gerade durch eine solche schrittweise Konstruktion die Wahrheitsbedingungen dieser Sätze aufzeigen lassen. „Frege’s insight consisted in considering the sentences as being constructed in stages, corresponding to the different signs of generality occurring in it“ (Dummett, 1981, S. 10). Dummett unterscheidet zwei Schritte: Prädikatsbildung (aus Wittgensteins Sicht: Verallgemeinerung eines Satzes zu einer Satzklasse) und dem Bilden eines neuen Satzes, indem das Prädikat mit einem Quantor kombiniert wird (aus Wittgenstein Sicht: Anwendenden einer Wahrheitsoperation auf die Satzklasse).

[196] Vgl. Ricketts, 2013, S. 132. Ricketts sagt, dass dies erst in der erweiterten N-Notation gezeigt wird, vgl. die weiteren Ausführungen dieses Kapitels. Ich dagegen denke, dass diese Erweiterung überflüssig ist.

hält, sondern dass er auch nicht beabsichtigt, sie zu ersetzen.[197] Russells Notation hat aus Wittgensteins Sicht zwar Mängel, so verfügt sie etwa über keine Variablen des zweiten Typs. Aber die Verwendung von logischen Junktoren und Quantoren ist für ihn unproblematisch. So illustriert er auch mit Hilfe von Russells Allquantor, was es heisst, dass eine Notation die richtige „Mannigfaltigkeit“ hat (vgl. 4.0411). Von einigen Mängeln abgesehen, hält Wittgenstein Russells Notation also für ein taugliches Instrument, um Logik zu betreiben.[198]

Glaubt Wittgenstein, Russells Notation brauche eine Legitimation, und war er der Ansicht, seine N-Notation legitimiere diese Notation? Darf Russells Notation also nur deshalb verwendet werden, weil sie äquivalent ist mit der N-Notation? Gegen diese Auffassung scheint zu sprechen, dass sich mit der N-Notation mehrfach quantifizierte Ausdrücke nicht wiedergeben lassen.[199] Die N-Notation scheint also im Gegenteil viel weniger ausdrucksstark zu sein als Russells Notation. Es ist in der Literatur unbestritten, dass sich mehrfachquantifizierte Ausdrücke wie (∃x) (y) (xRy) nicht direkt in die N-Notation übertragen lassen.[200] Allerdings lässt sich die N-Notation so erweitern, dass solche Ausdrücke in ihr wiedergegeben werden

[197] Vgl. 5.5301, 5.531–5.5321. Man beachte dort insbesondere die Formulierung „Ich schreibe also:“ Zwar braucht Wittgenstein das Gleichheitszeichen nicht so wie Russell, aber er braucht Quantoren so wie dieser. Wittgensteins Verwendung des Gleichheitszeichens diskutiere ich im Kapitel 6.

[198] Ich widerspreche damit einer Reihe von Autoren, die sich mit Wittgensteins logischer Notation beschäftigt haben. Goldfarb behauptet, Wittgenstein gebe uns keine Begriffsschrift, vgl. 1997, S. 72. Landini behauptet, Wittgenstein habe bloss Anforderungen an eine Notation gemacht und nicht einmal versucht, eine Notation darzulegen, die diesen Anforderungen genügt, vgl. Landini, 2010, S. 37. Sundholm geht davon aus, dass Elementarsätze nicht als Funktionen notiert werden. Entsprechend glaubt er nicht, dass fx eine aus einem Elementarsatz gebildete Satzvariable ist (obwohl Wittgenstein fx unter 5.501 als Beispiel, wie sich Basen beschreiben lassen angibt). Vgl. Sundholm, 1992, S. 68f. Ihm schliesst sich Floyd an, vgl. 2002, S. 349, Anm. 32. Varga von Kibéd konstruiert in „gutwilliger Absicht“ eine eigene Notation, die Wittgensteins Intentionen genügen soll, vgl. Kibéd, 1990. Dagegen halte ich fest, dass Wittgenstein explizit sagt, er notiere Elementarsätze als Funktion der in ihnen enthaltenen Namen und fx Beispiel anführt. Gemäss Wittgensteins Erklärung der Variablen vertritt fx alle seine Werte, also alle Sätze, die dadurch gebildet werden, dass man einen Namen anstelle von x einfügt. Die genannten Autoren verstehen also nicht, dass Wittgenstein Russells Notation zusammen mit der Ergänzung der Variablen für Formenreihen und der Regel, dass verschiedene Zeichen Verschiedenes Bezeichnen, übernimmt.

[199] Ebenso wenig Ausdrücke wie (∃x)(fx.gx) oder (∃x)(~fx).

[200] Darauf weist zum Beispiel Fogelin hin, vgl. 1976, Kap. VI.

können. Auf diesen Punkt haben Geach und Ricketts hingewiesen.[201] Im Folgenden will ich diese Erweiterung darlegen und dabei erörtern, was mit dieser Erweiterung gezeigt ist.

Mehrfachquantifikationen sind in der N-Notation deshalb nicht möglich, weil in dieser Notation die Angabe des Bereichs der Variable fehlt.[202] Darum ergänzen Geach und Ricketts Klammerausdrücke, in denen Variablen enthalten sind, entsprechend:

(4) (∃x) (~fx) wird notiert als N N(x N(fx)).[203]

(4) zeigt an, dass bei der Bildung des Satzes ein Elementarsatz wie fa zuerst negiert und das Resultat verallgemeinert wird.

---

[201] Floyd behauptet, dass sich mit der so ergänzten N-Notation die Prädikatenlogik auf eine wahrheitsfunktionale Logik reduzieren lasse. Sie hält einerseits fest, dass dies eine der Hauptthesen des *Tractatus* sei und dass Wittgenstein die allgemeine Satzform angebe, um diese These als richtig zu erweisen. Andererseits konstatiert sie, dass sich quantifizierte Ausdrücke im Allgemeinen nicht mit der N-Notation, wie Wittgenstein sie einführt, ausdrücken lassen. Sie erklärt sich diese Diskrepanz damit, dass Wittgenstein sich zu wenig für logische Notationen interessiert habe, um seinen Vorschlag richtig auszuarbeiten. Vgl. Floyd, 2002, Appendix, S. 341. Das halte ich für ausgesprochen unplausibel. Im Gegenteil, Wittgenstein ist fasziniert davon, dass sich mit Notationen Resultate der Logik aufzeigen lassen, vgl. die Wahrheitstafeln und die Notation unter 6.1. Dass er ausgerechnet bei der Einführung der Operation, mit der sich alle Wahrheitsoperationen bilden lassen können sollen, schlampig war, glaube ich nicht.
Rogers und Wehmeier weisen für eine Erweiterung der N-Notation nach, dass sie gleich stark ist wie eine Prädikatenlogik erster Stufe mit eingeschränkter Identität, wobei Identität so eingeschränkt wird, dass sie nur Gleichungen umfasst, in denen das Gleichheitszeichen nicht als Relation interpretiert werden muss. Vgl. Rogers und Wehmeier 2012.

[202] Vgl. Soames, 1983, S. 584. Soames verweist auf Bemerkung 4.0411, in welcher Wittgenstein eine Notation des Quantors ablehnt, in dem der Bereich nicht angezeigt wird. Wittgenstein war sich also über die Bedeutung der Angabe des Bereichs im Klaren.

[203] Vgl. Ricketts, 2013, S. 132. Ricketts Notation ist eine vereinfachte Variante derjenigen, die von Geach vorgeschlagen wurde, vgl. Geach, 1981, S. 169. Soames hat die N-Notation ebenfalls in dieser Weise erweitert, und zwar unabhängig von Geach. Soames entwickelt eine formale Sprache, welche den Anforderungen des *Tractatus* genügt, und untersucht ihre Eigenschaften. Allerdings interpretiert er Variablen referentiell und nicht substitutionell, wie dies bei Wittgenstein (und bei Geach und Ricketts) geschieht. Vgl. Soames, 1983. Eine andere Erweiterung ist die oben erwähnte von Rogers und Wehmeier. Vgl. Rogers und Wehmeier 2012, S. 563 ff.

(5) $(\exists x)(fx)$ dagegen wird notiert als NN(x fx).

(5) zeigt an, dass fa zuerst verallgemeinert wird und dass dann N auf die so gebildete Klasse angewendet wird. Auf dieses Resultat wird dann N nochmals angewendet. Das x am Anfang des Klammerausdrucks zeigt somit an, dass in dieser Klammer eine Verallgemeinerung mit x gebildet wurde.[204] Wie ich in Kapitel 3.3 dargelegt habe, erklärt Wittgenstein Variablen als Verallgemeinerung eines Satzes. Weil daher das Kontextprinzip auch für Variablen gilt, ist der Bereich der Variable beschränkt.[205] Indem Geach und Ricketts in ihrer Notation kenntlich machen, welcher Ausdruck verallgemeinert wird, machen sie auch den Bereich der Variablen kenntlich. Der wichtige Punkt dabei ist folgender: Damit, dass Ricketts und Geach kenntlich machen, auf welcher Stufe der Konstruktion ein Ausdruck verallgemeinert wird, machen sie auch den Unterschied zwischen der inneren und der äusseren Negation eines quantifizierten Ausdrucks deutlich. Bereits Frege weist darauf hin, dass der Quantor deshalb notwendig wird, weil zwischen innerer und äusserer Negation unterschieden werden muss.[206] Die erweiterte N-Notation zeigt, dass der Unterschied aus der jeweiligen Abfolge von Verallgemeinerung und Anwendung der N-Operation resultiert. Eine äussere Negation liegt dann vor, wenn zuerst ein bestimmter Satz verallgemeinert wird und dann der N-Operator auf die Satzklasse angewendet wird. Eine innere Negation liegt hingegen dann vor, wenn auf denselben Satz zuerst der N-Operator angewendet wird, das Resultat verallgemeinert wird und dann der N-

[204] Glock verwendet ebenfalls eine Erweiterung der N-Notation (vgl. Glock, 1996b, Eintrag „general propositional Form"). Er gibt „(x) fx" als Nx(N(fx)) wieder und erklärt diesen Ausdruck wie folgt: Dieser Ausdruck entsteht, in dem N auf einen Elementarsatz fa angewendet wird, dann die Satzklasse N(fx) gebildet wird, und auf diese eine modifizierte Version des N-Operators angewendet wird. Wie Glock selbst bemerkt, ist dieser modifizierte N-Operator jedoch ein Operator, der Variablen bindet. Daher muss er deutlich von Wittgensteins N-Operator unterschieden werden, der eben gerade keine Variablen bindet. Glocks Erweiterungsvorschlag läuft also darauf hinaus, Wittgensteins N-Notation durch einen genuinen Quantor zu ergänzen. Der Vorschlag entspricht denjenigen von Soames und Roger und Wehmeier.

[205] Diesen Punkt übersehen Rogers und Wehmeier. Ich denke, dass damit ihre Interpretation des N-Operators verfehlt ist, gemäss der es im Grund zwei Operationen gebe, eine Variablen bindende und eine, die wie der Sheffer-Strich funktionieren, nur dass es statt zwei n Basen gibt. Vgl. Rogers und Wehmeier, 2012, S. 571.

[206] Vgl. Frege, *Grundgesetze*, § 8.

Operator auf die Satzklasse angewendet wird.[207] Damit gibt meines Erachtens die erweiterte N-Notation genau das wieder, was Wittgenstein an seiner Erklärung von allgemeinen Sätzen als entscheidend erachtet: Verallgemeinern und das Bilden einer Wahrheitsfunktion müssen getrennt erklärt werden (vgl. 5.521, vgl. auch Kapitel 3.4).

Die Geach-Notation macht somit deutlich, wie quantifizierte Ausdrücke, also Ausdrücke, die auf Verallgemeinerung beruhen, schrittweise gebildet werden, wobei das Anwenden der N-Operation auf Basen und das Beschreiben der Basen mit Variablen separate Schritte sind. Sie macht auch deutlich, dass innere und äussere Negation je auf einer anderen Abfolge der beiden Schritte beruhen.[208] Wird ein quantifizierter Satz in Russells Notation wiedergegeben, ist dies nicht direkt ersichtlich. Deutlich wird dies, wenn man die in Russells Notation formulierten Sätze „(x)fx“ und „(∃x) (fx)“ vergleicht. Russells Notation kann den Eindruck erwecken, dass diese Sätze beide wie folgt gebildet werden: Zunächst wird ausgehend von einem Elementarsatz „fa“ durch Verallgemeinerung die Satzvariable „fx“ gebildet und dann wird auf diese Satzvariable ein Operator angewendet. In dieser Weise verschleiert die Notation den Unterschied zwischen der Anwendung einer Operation und der Verallgemeinerung.

Wie bereits gesagt, denke ich nicht, dass Wittgenstein die N-Notation einführt, um Russells Notation zu ersetzen. Der Zweck der N-Notation besteht meines Erachtens vielmehr darin aufzuzeigen, wie die von Russell verwendeten Zeichen bezeichnen. Erstens lassen sich damit die Quantoren und insbesondere der Unterschied zwischen innerer und äusserer Negation im Rahmen von Wittgensteins Auffassung von Logik erklären. Zweitens lassen sich ~, ∨, ∃, also die drei logischen Symbole, die laut Russell primitiv sind, definieren.[209] Das heisst:

---

[207] Skopus-Ambiguitäten entstehen somit dann, wenn nicht klar auseinandergehalten wird, auf welcher Stufe der Konstruktion eines Satzes eine Verallgemeinerung stattfindet.

[208] Für Soames stimmt das nicht. Bei Soames ist N(x   ) ein Quantor, N ein anders Symbol. Soames braucht N um auszudrücken, dass eine Menge von Sätzen mit einer freien Variabel „verbunden negiert wird“. Daraus soll aber kein Satz resultieren, sondern die Variable bleibt frei. Aus N (fx) resultiert der offene Satz ~fx. Damit wird es möglich, in quantifizierten Ausdrücken enthaltene Junktoren zu konstruieren. Vgl. Soames, 1983, S. 585. Die Notation von Rogers und Wehmeier kann so gelesen werden, dass sie wie die Ricketts-Geach-Notation die Abfolge von Verallgemeinerung und Anwenden der N-Notation kenntlich macht. Die beiden Autoren interpretieren ihre Notation allerdings anders, nämlich so, dass sie äquivalent ist wie diejenige von Soames, vgl. Rogers und Wehmeier 2012, S. 563ff. und S. 571. Dann wird eben gerade nicht deutlich gemacht, wie mehrfach quantifizierte Ausdrücke entstehen.

[209] Gemäss Russell gehören auch noch die Klammern zu den primitiven Zeichen, dies habe ich hier unberücksichtigt lassen. Ich gehe hier nicht auf alle Details ein. So müssen gemäss Russell in quantifi-

Mit dem N-Operator gebildete Ausdrücke, die sich durch Ausdrücke ersetzten lassen, die in Russells Notation wiedergegeben sind, dürfen durch solche ersetzt werden (vgl. 3.343).[210] Die Rekonstruktion durch die N-Notation ist also eine Definition und zeigt die Bezeichnungsweise der definierten Zeichen. Ein definiertes Zeichen kann dann für weitere Konstruktionen verwendet werden. „Jedes definierte Zeichen bezeichnet über jene Zeichen, durch welche es definiert wurde; und die Definitionen weisen den Weg,“ (3.261).

Bei der Rekonstruktion eines quantifizierten Satzes gibt es folglich drei Schritte, die wiederholt angewendet werden können: Zuerst werden Basen für eine Anwendung der N-Operation bestimmt, dann wird die N-Operation auf die Basen angewendet und so ein neuer Satz konstruiert. Und drittens kann das Resultat durch den Ausdruck in Russells Notation ersetzt werden, den es rekonstruiert. Wenn nun wiederum die Basen für die nächste Anwendung der N-Operation bestimmt werden, ist es meines Erachtens erlaubt, den bereits rekonstruierten Ausdruck zu verallgemeinern und so eine Satzklasse als nächste Basis zu beschreiben.

Im Folgenden sei dieses Vorgehen an einem Beispiel illustriert:

1. aRb	Bestimmen der Basis durch Aufzählen der Elementarsätze.
2. N(aRb) = ~aRb	Anwenden der N-Operation, Ersetzen des Ausdrucks, gemäss 5.51.
3. ~aRy	Bestimmen der Basis durch Verallgemeinern des Resultats von 2.
4. N(~aRy) = (~∃y) (~aRy)	Anwenden der N-Operation, Ersetzen des Ausdrucks gemäss 5.52
5. (~∃y) (~xRy)	Bestimmen der Basis durch Verallgemeinern des Resultats von 4.
6. N((~∃y) (~xRy)) = ~ (∃x) (~∃y)(~xRy)	Anwenden der N-Operation, Ersetzen des Ausdrucks gemäss vgl. 5.52
7. N(~(∃x)(~∃y)(~xRy))= (∃x)(~∃y)(~xRy))	Anwenden der N-Operation.

zierten Formeln enthaltene Junktoren wieder neu definiert werden. Vgl. PM S. 12 und 46f. Vgl. auch Anscombe, 1967, Kapitel 11.

[210] Von dieser Regel macht auch Fogelin gebrauch, verwendet er doch zum Beispiel ~fx um die Basis des Operators zu bestimmen.

Dieses Beispiel macht folgendes deutlich: Wenn rekonstruierte Sätze in Russells Notation wiedergegeben werden dürfen, dann ist die Erweiterung, die Geach und Ricketts vorschlagen überflüssig. [211]

Damit habe ich erläutert, was es heisst, einen quantifizierten Satz schrittweise aus Elementarsätzen zu erzeugen. Ob diese Erläuterung richtig ist, hängt davon ab, ob nicht nur Klassen von Elementarsätzen als Basen für weitere Operationen zugelassen werden, sondern auch Klassen von rekonstruierten Sätzen. Wenn das zulässig ist, dann habe ich gezeigt, dass singuläre Sätze sowie allgemeine Sätze des ersten und des zweiten Typs durch eine endliche Anzahl von Anwendungen einer einzigen Wahrheitsoperation erzeugt werden können. Folglich handelt es sich dabei nicht um verschiedene Typen von Sätzen.

[211] Geach und Ricketts möchten die N-Notation in einer Weise zur Rekonstruktion von Sätzen verwenden, die derjenigen entspricht, gemäss der sich 3 als 1+1+1 rekonstruieren lässt. Wird 3 als 1+1+1 rekonstruiert, so zeigt der zweite Ausdruck die Reihe *und* das letzte Glied der Reihe *zugleich* an. Mir scheint, dass sich dagegen folgendes einwenden lässt: Im Unterschied zur Zahlenreihe können bei Reihen, die gemäss der allgemeinen Satzform gebildet sind, zwei Schritte involviert sein: das Anwenden einer Operation und die Verallgemeinerung. Je nachdem in welcher Reihenfolge diese zwei Anwendungen stattfinden, resultieren andere Sätze. Doch Verallgemeinerung ist kein Schritt zur Bildung eines Reihengliedes. Mit ihr werden bloss die Basen für den nächsten Schritt bestimmt. Damit sind bei einer Satzreihe die Basen für die Operation n+1 nicht die Resultate der Operation n. Die Operation n+1 enthält als Basen Sätze, aber das Resultat der Operation n ist nicht *die* Basis der nächsten Operation (bloss Teil der Basis.) Zweitens handelt es sich bei der Formenreihe aller Sätze nicht um eine eindeutige Reihe. Die erweiterte N-Operation bestimmt deshalb den Satz auch nicht als n-tes Glied der Reihe, im Unterschied dazu ist 3 als drittes Glied der Zahlenreihe bestimmt und die Notation 1+1+1 = 3 weist es als solches aus.

5. 5. Zur Bedeutung für Wittgensteins Sprachphilosophie

Im Kapitel 3 habe ich die These aufgestellt, dass Wittgenstein mit der logischen Form des Satzes das charakteristische Merkmal meint, das alle Sätze aufweisen: die allgemeinste Satzform. In diesem Kapitel habe ich dargelegt, dass die allgemeinste Satzform, die Variable $\left[\overline{p},\overline{\xi},N(\overline{\xi})\right]$, beschreibt, wie sich singuläre und allgemeine Sätze aus Elementarsätzen bilden lassen. Sie werden dadurch gebildet, dass die Operation N schrittweise zuerst auf Elementarsätze und dann auf bereits daraus konstruierten Sätze und Klassen von so gebildeten Sätzen angewendet wird.

Wittgenstein bestimmt das gemeinsame Merkmal aller Sätze mit einer impliziten Definition. Das heisst: Er führt den Begriff des Satzes nicht auf andere Begriffe zurück. Er führt nicht Symbole ein, aus denen sich Sätze konstruieren liessen. Vielmehr bestimmt er Sätze als Symbole die aus Sätzen rekursiv konstruiert sind.

Ein Vergleich mit Freges Auffassung, wie in der Logik Zeichen zu definieren sind, macht den Unterschied zwischen impliziter und expliziter Definition deutlich. Zwar geht auch Frege davon aus, dass bestimmte Symbole, bei ihm bestimmte Eigennamen und Funktionsnamen, die acht „Urnamen", als bedeutungsvoll vorausgesetzt werden müssen. Doch diese Zeichen heissen bei ihm undefiniert (vgl. *Grundgesetze* §§30f). Erst mit ihnen lassen sich weitere Zeichen definieren. Diese werden dadurch definiert, dass aus den Urnamen neue Namen zusammengesetzt werden, die mit ihnen gleichbedeutend sind (vgl. *Grundgesetze* §33). Frege lässt also nur solche Definitionen zu, in denen die Bedeutung eines Zeichens auf die Bedeutung anderer Zeichen, die bereits bekannt sind, zurückgeführt wird.[212]

In der allgemeinsten Satzform findet sich nichts dergleichen. Es wird darin gar nicht die Bedeutung (oder der Sinn) eines Zeichens angegeben, sondern bloss, wie ein Satzzeichen, wenn es einmal gegeben ist, aus anderen Satzzeichen rekonstruiert werden kann. In Wittgensteins Worten: Es wird nichts über den Inhalt der Symbole festgesetzt, sondern nur über ihre allgemeinste Form. Dabei erachtet es Wittgenstein eben als allgemeinstes Merkmal dieser

---

[212] Frege wendet sich insbesondere Band II der der *Grundgesetze* gegen die Idee, die Grundzeichen der Peano-Arithmetik seien durch die Axiome implizit definiert. Vgl. z.B. Frege, 1962, §95. Im Briefwechsel mit Hilbert spricht sich Frege gegen die Idee aus, die Axiome der Geometrie würden die geometrischen Grundbegriffe implizit definieren, vgl. *Wissenschaftlicher Briefwechsel*, XV/3, Jena, 27. Dez 1899.

Form, dass sich Sätze rekursiv bilden lassen und er bezeichnet dieses Merkmal dadurch, dass er die Operation bestimmt, mit der sie sich so bilden lassen.

Wie bereits in Kapitel 1 gesagt, erachtet Wittgenstein somit Rekursion als grundlegend, nicht nur für die Mathematik, sondern auch für die Logik. Er weist die typische Eigenschaft der natürlichen Zahlen, dass sie sich ausgehend von einer ersten Zahl als Glieder einer Reihe auseinander bilden lassen, auch als typische Eigenschaft von Sätzen aus. Ausgehend von Elementarsätzen lassen sich auch Sätze als Glieder einer (nicht eindeutigen) Reihe bilden. Elementarsätze sind wie die 1 dadurch ausgezeichnet, dass sie nicht aus anderen Sätzen gebildet sind. Damit stellt Wittgenstein gewissermassen das logizistische Projekt auf den Kopf. Indem er den Satz, den allgemeinen Grundbegriff der Logik rekursiv definiert, setzt er voraus, dass Rekursion keiner logischen Grundlegung bedarf, sondern im Gegenteil grundlegend ist. Für den Logizisten dagegen ist Rekursion eine typisch mathematische Methode, die, wenn die Mathematik ein Teil der Logik sein soll, einer logischen Begründung bedarf. Für ihn sind rekursive Definitionen nur dann zulässig, wenn das Induktionsprinzip gilt, denn nur mit diesem Prinzip lässt sich zeigen, dass eine rekursiv definierte Eigenschaft von natürlichen Zahlen tatsächlich für alle natürlichen Zahlen definiert ist.[213] Gerechtfertigt wird das Prinzip durch die logizistische Definition der Zahlenreihe. Frege schreibt „Durch diese Definition des Folgens in einer Reihe wird es allein möglich, die Schlussweise von n auf (n+1), welche scheinbar der Mathematik eigenthümlich ist, auf die allgemeinen logischen Gesetze zurückzuführen“ (*Grundlagen der Arithmetik*, §80).

Logisches Schliessen setzt für Wittgenstein die allgemeinste Satzform und damit Rekursion voraus, die Möglichkeit, Sätze durch Anwenden einer einzigen Operation aus Sätzen zu bilden. Die Möglichkeit, aus der Wahrheit eines Satzes auf die Wahrheit eines anderen Satzes zu schliessen, beruht darin, wie diese Sätze aus Sätzen gebildet sind.[214]

[213] Vgl. Russell, 1919, Kap. 3.

[214] Dabei müssen sich Sätze des Schlusses nicht aus Elementarsätzen rekonstruiert werden (vgl. 5.31). Sie müssen also nicht vollständig analysiert werden, sondern nur soweit es für den entsprechenden Schluss notwendig ist.

6. Identität

„Die Sprache“ mit der sich Wittgenstein im *Tractatus* beschäftigt, ist nicht eine formale Sprache, für die syntaktische und semantische Regeln des Zeichengebrauchs stipuliert sind. Ihn beschäftigen die Äusserungen der Umgangssprache, die zum Beispiel auf Deutsch gemacht werden. Die „Sprachlogik“ dieser Äusserungen gilt es zu verstehen, sowohl für die Philosophin als auch für die Logikerin. Die Philosophin darf sich von der oberflächlichen Struktur der umgangssprachlichen Sätze nicht täuschen lassen. Diese gehorcht der Grammatik der jeweiligen Umgangssprache. Sie verleitet dazu, Äusserungen als gleichartig zu betrachten, deren logische Struktur verschieden ist. Philosophische Probleme entstehen, weil Äusserungen als gleich aufgefasst werden, die von ihrer logisch-syntaktischen Form her verschieden sind. Dazu gehören auch die Probleme, die sich bezüglich der Identität stellen. Sie stellen sich für Wittgenstein nur demjenigen, der die Sprachlogik nicht verstanden hat.

Insbesondere die Frage nach dem Sinn von Identitätsaussagen, die zum Beispiel Frege stellt, ist für Wittgenstein Ausdruck davon, dass unterschiedliche Weisen des Sprachgebrauchs nicht unterschieden worden sind: Gleichungen auf der einen Seite und die Bezeichnung des gleichen Gegenstandes in Sätzen auf der anderen Seite. Gleichungen fasst Wittgenstein als Ausdruck von Ersetzungsregeln für Zeichen auf und nicht als Aussagen. Die Bezeichnung des gleichen Gegenstandes in zwei verschiedenen Sätzen geschieht hingegen dadurch, dass das gleiche Symbol zweimal verwendet wird.

In diesem Kapitel diskutiere ich die diese Unterscheidung, also die Unterscheidung der Gleichungen von der Bezeichnung des gleichen Gegenstandes in verschiedenen Sätzen. Ich lege zunächst dar, warum in der Logik gemeinhin das Gleichheitszeichen gebraucht wird, um Gegenstände in der Sprache voneinander zu unterscheiden. Das Gleichheitszeichen wird dann als Relationszeichen gedeutet. Schlüsse mit Identität sind in diesem Verständnis logische Schlüsse, die nicht wahrheitsfunktional sind. Vielmehr sind sie gültig aufgrund der Bedeutung des Gleichheitszeichens. Das ist mit Wittgensteins Logikauffassung nicht kompatibel. Er deutet deshalb das Gleichheitszeichen als Ausdruck einer Ersetzungsregel. Gleichungen sind dann Regelausdrücke zum Gebrauch von Zeichen und keine Aussagen über einen Gegenstand. Die Schlussweise mittels Substitution ist entsprechend für Wittgenstein keine logische Schlussweise, sondern gehört zur Mathematik (vgl. Abschnitt unter 6.2). Damit entfällt die Notwendigkeit, sie mit der allgemeinsten Satzform zu erklären. Wittgenstein muss nun aber eine neue Antwort finden auf die Frage, wie Gegenstände sich in der Sprache unterscheiden lassen. Für ihn stellt sich die Frage so: Sind zwei Gegenstände immer durch ihre Eigenschaften voneinander unterschieden? Dann werden sie in der Sprache durch ihre Beschreibung, also durch Kennzeichnungen unterschieden. Es gibt dann neben dem Satz kein weiteres sprachliches Symbol. Russells Analyse, mit der umgangssprachliche Namen durch Kennzeichnungen ersetzt werden können, hätte dann gezeigt, dass es in einer logischen Notation keine Namen braucht. (Eine Position, die ja dann auch Quine vertreten hat, vgl. z.B. „On what there is“ in Quine, 1953.) Wittgenstein argumentiert aber dafür, dass Kennzeichnungen zur Unterscheidung von Gegenständen nicht ausreichten. Es brauche vielmehr auch Namen, einfache Zeichen, die laut Wittgenstein dazu gebraucht werden, um einen Gegenstand im Satz zu vertreten. Gegenstände unterschieden sich gemäss seiner Auffassung in der Sprache dadurch, dass sie verschiedene Namen haben. Es gibt deshalb für ihn zwei Symboltypen: Sätze und Namen. [215]

Erstens ergibt sich daraus für die Anwendung der Logik die Frage, wie sich entscheiden lässt, ob in der Umgangssprache zwei Zeichen denselben Gegenstand bezeichnen oder nicht. Denn in der Umgangssprache können Zeichen nicht nur mehrdeutig sein. Vielmehr können auch mehrere Zeichen dasselbe bezeichnen. Eine vollständige logische Analyse bedingt, dass Sätze nicht nur ihrer Form, sondern auch ihrem Inhalt nach unterschieden sind. Der letzte Schritt in der Analyse besteht deshalb darin zu entscheiden, ob in Sätzen derselben Form die Zeichen denselben oder verschiedenen Inhalt haben. Wenn bestimmt wurde, dass in „Max singt“ und „Marti singt“ beide Male ein Gegenstand vertreten wird, von dem behauptet wird, dass er singt, muss dann in einem weiteren Schritt noch entschieden werden, ob es sich dabei um *einen* Gegenstand handelt oder um zwei. Erst dann ist der Sinn dieser Sätze vollständig analysiert.

Zweitens stellt sich die Frage nach der Gleichheit und Verschiedenheit von Gegenständen in der Logik selbst. Worauf beruht die Unterscheidung von Gegenständen in der Sprache überhaupt? Was ist vorausgesetzt, damit Gegenstände in der Sprache voneinander unterschieden werden können? Worauf gründet die Möglichkeit, von verschiedenen oder von demselben Gegenstand zu sprechen? Beruht sie auf einem logischen Prinzip? Auf die Frage, wie Identität in der Logik gemeinhin begründet wird und warum gemäss dieser Begründung das Gleichheitszeichen als zweistellige Relation aufgefasst wird, will ich zuerst eingehen. Das weitere

[215] Mein Punkt ist: Wittgenstein fordert Namen zur Unterscheidung von Gegenständen nicht deshalb, weil er aus metaphysischen Überlegungen sich auf „die Existenz von Gegenständen“ festlegen will. Existenz wird auch in Wittgensteins Logik durch quantifizierte Sätze ausgedrückt und damit als Umfang eines Begriffes gedeutet, vgl. 4.1272. Er verwendet eine Notation mit Namen also aus anderen Gründen als denjenigen, die Quine in „On what there is“ als unhaltbar widerlegt.

Kapitel ist wie folgt strukturiert: Im zweiten Teil diskutiere ich Wittgensteins Auffassung von Gleichungen. Ich gehe zunächst darauf ein, wie Wittgenstein Gleichungen von der Bezeichnung eines gleichen Gegenstandes unterscheidet.

Dann lege ich dar, wie Wittgenstein dadurch, dass er Gleichungen nicht als Aussagen, sondern als Regelausdrücke auffasst, eine Schwierigkeit löst, mit der sein Logikverständnis konfrontiert ist. Wenn alles logische Schliessen wahrheitsfunktional ist, Wie sind sogenannte Schlüsse, die auf Identität beruhen, zu interpretieren? Ich lege dar, dass Wittgensteins Auffassung von Gleichungen es ihm erlaubt, diese scheinbaren Schlüsse in einer Weise zu fassen, welche die wahrheitsfunktionale Logik nicht sprengt.

Schliesslich zeige ich auf, dass entgegen der in der Literatur gängigen Auffassung Wittgenstein das Gleichheitszeichen nicht aus der Begriffsschrift verbannt. Vielmehr unterscheidet er zwischen der legitimen Verwendung zum Ausdruck von Ersetzungsregeln für Zeichen und dem Missbrauch des Zeichens als Relationszeichen. Besondere Beachtung verdienen dabei diejenigen quantifizierten Sätze, zu deren Formulierung Russell das Gleichheitszeichen verwendet. Ich argumentiere dafür, dass gemäss Wittgenstein nur gewisse dieser Sätze unzulässig formuliert sind: Lässt sich Russells Verwendungsweise des Gleichheitszeichens als Formulierung eines Regelausdrucks deuten lässt, dann ist sie zulässig. Der Satz lässt sich dann in Wittgensteins Notation ohne Verwendung des Gleichheitszeichens formulieren. Wird das Zeichen hingegen als Relationszeichen verwendet, dann lässt es sich nicht in dieser Weise eliminieren und der resultierende Ausdruck ist unsinnig.

Im dritten Teil des Kapitels lege ich Wittgensteins Kritik am Identitätsprinzip dar. Ich zeige auf, warum dieses Prinzip für die Logik überflüssig wird, wenn neben Sätzen auch Namen als Symbole in der logischen Notation möglich sind. Im letzten Abschnitt gehe ich auf die logische Analyse ein und lege dar, warum ein Satz, der in der Begriffsschrift mit Namen wiedergegeben ist, vollständig analysiert ist.

6. 1. Identität des Ununterscheidbaren

Gemeinhin wird in der Logik davon ausgegangen, dass die Möglichkeit, Gegenstände zu unterscheiden, auf einem logischen Prinzip beruht, nämlich dem Leibniz-Gesetz der Identität des Ununterscheidbaren. Das Gesetz lässt sich in der Prädikatenlogik höherer Stufe wie folgt formulieren:

(1) $(\varphi)\ ((\varphi x \equiv \varphi y) \supset x{=}y)$

Das Prinzip besagt folgendes: Sind x und y zwei Gegenstände, dann können sie durch eine Eigenschaft voneinander unterschieden werden, und umgekehrt. Das Prinzip stellt also sicher, dass Gegenstände immer über ihre Eigenschaften unterschieden werden können. Gefasst als logisches Prinzip, hat es zur Konsequenz, dass das Gleichheitszeichen als zweistellige Relation interpretiert wird und Gleichungen damit als Sätze aufgefasst werden. Deutlich wird dieser Zusammenhang zum Beispiel in Quines Zugang zur Identität. Quine akzeptiert zwar keine höherstufigen Quantifikation und daher auch das Leibniz-Gesetz in der Form (1) nicht. Doch er teilt die Idee, dass sich Gegenstände über ihre Eigenschaften unterscheiden lassen. Das zeigt sich an folgender Position: Für eine Sprache, die nur endlich viele undefinierte Prädikate besitzt, erachtet Quine es als trivialerweise richtig, dass sich das Gleichheitszeichen durch die Festsetzung definieren lässt, dass verschiedene Objekte durch eines dieser Prädikate unterschieden werden können. Andererseits erachtet er es aber auch als klar, dass ein solcher Zugang nicht im Allgemeinen funktioniert. Wenn nicht vorausgesetzt wird, dass eine Sprache nur endliche viele undefinierte Prädikate besitzt, dann ist das Gleichheitszeichen in der Prädikatenlogik 1. Stufe undefinierbar und ein unverzichtbares Hilfsmittel, um Gegenstände mittels sprachlicher Zeichen voneinander zu unterscheiden (vgl. Quine, 1969, p. 12–15).

Weshalb nun setzt die Definition Gleichheitszeichen in einer höherstufigen Quantorenlogik das Leibniz-Gesetz, wie in (1) formuliert, voraus? Weshalb glaubt zum Beispiel Russell, dass er das Zeichen in den *Principia* damit einführen kann (vgl. Russell PM S. 22f.)?[216] Dieser Zugang beruht auf einer entscheidenden Voraussetzung: Soll ein auf (1) basierender Zugang tatsächlich zu einem Begriff der Identität führen, dann muss „x=y“ als zweistelliges Prädikat mit der Bedeutung „x ist identisch mit y“ interpretiert werden, zudem muss „nicht identisch mit x“ als Eigenschaft angesehen werden. Es ist ja diese Eigenschaft, die garantiert, dass un-

[216] Gemäss Frege lässt sich das Leibniz-Gesetz als Theorem beweisen. Er beweist es aus Grundgesetz III. Vgl. Frege *Grundgesetze* §50.

unterscheidbare Gegenstände nicht bloss unter Verwendung gewisser Ausdrucksmittel ununterscheidbar sind, sondern unabhängig von der Sprechweise, unabhängig von der gerade verwendeten Sprache tatsächlich identisch sind.

Wittgenstein lehnt die Formulierung (1) des Leibniz-Gesetzes ab (vgl. 2.02331 und 5.5302). Nach welchem Kriterium sind Gegenstände dann zu unterscheiden? Gemäss Wittgenstein sind Gegenstände nicht dann unterschieden, wenn sie tatsächlich durch eine Eigenschaft unterschieden sind, sondern wenn sie als durch eine Eigenschaft *unterschieden gedacht* werden können. Er lässt also die Möglichkeit zu, dass zwei Gegenstände alle ihre Eigenschaften teilen. Aber er setzt voraus, dass es dann denkbar ist, dass dem einen eine Eigenschaft zukommt, die dem anderen nicht zukommt. Die Möglichkeit, Gegenstände unabhängig davon, welche Eigenschaften ihnen tatsächlich zukommen, als verschieden zu denken, beruht auf der Voraussetzung, dass Gegenstände mit Namen bezeichnet werden können. (vgl. 3.23). Diese Voraussetzung begründe ich im dritten Teil des Kapitels.

6. 2. Gleichheit des Gegenstandes vs. Substituierbarkeit des Zeichens

6. 2. 1. Gleichungen

Was meint jemand damit, wenn er sagt „Franziskus ist Jorge Mario Bergoglio“? Drückt er mit einem solchen Satz eine Erkenntnis aus? Ist es eine Erkenntnis über einen Mann, der aus Buenos Aires stammt und heute im Vatikan lebt? Aber was hat man über diesen Mann erkannt? „Die Gleichheit fordert zum Nachdenken heraus durch Fragen, die sich daran knüpfen und nicht ganz leicht zu beantworten sind,“ schreibt Frege in „Über Sinn und Bedeutung“.[217] Für Wittgenstein erscheint Identität demjenigen rätselhaft, der die „Sprachlogik“ nicht versteht. Ein solcher kommt vielleicht auf die Idee, das Gleichheitszeichen als Relationszeichen aufzufassen, und macht dann den Versuch, es entsprechend zu erläutern oder zu definieren.[218] Wittgenstein selbst hat lange darum gerungen, die Sprachlogik diesbezüglich richtig zu verstehen. Am 23. Oktober 1913 schreibt er aus Skiolden an Russell: „Identity is the very Devil & immensely important; very much more so than I thought.“ [219]

Ich nähere mich dem Problem der Identität indem ich es zuerst einmal umgehe. Ich lege zuerst einmal dar, wie laut Wittgenstein sich die Sache darstellt, wenn eine klare Sicht auf sogenannte Identitätsaussagen gewonnen ist. Wir können uns zum Beispiel vorstellen, dass jemand festhält „Jorge Mario Bergoglio ist Franziskus“ und damit die Regel festsetzt, dass in Sätzen das Zeichen „Jorge Mario Bergoglio“ durch „Franziskus“ ersetzt werden darf und umgekehrt. Wir können uns vorstellen, dass der Papst in logischer Absicht handelte, als er „Franziskus“ als neuen Namen wählte: Er stipulierte damit eine Ersetzungsregel für zwei Zeichen. Wittgenstein gibt solche Regeln in seiner Begriffsschrift als „a=b“ wieder, wobei er das Gleichheitszeichen verwendet, um anzudeuten, dass die beiden durch es verbundenen Zeichen durcheinander ersetzt werden können. In unserem Beispiel wird ein neues Zeichen eingeführt, wir haben also eine Definition vor uns. Entsprechend können wir „a=b Def.“ schreiben (vgl. 4.241).

[217] Frege, 1892, S. 26.

[218] Vgl. Frege, *Grundgesetze* §7: „„Γ=Δ“ bedeutet das Wahre, wenn Γ dasselbe ist wie Δ; in allen anderen Fällen bedeutet es das Falsche. Vgl. auch Russell, 1908: „x=y . = : (φ) : φ!x .⊃. φ!y D. This is the definition of identity. It states that x and y are to be called identical when every predicative function satisfied by x is satisfied by y. It follows from the axiom of reducibility that if x satisfies ψx, where ψ is any function, predicative or non-predicative, then y satisfies ψy“ (S. 246).

[219] McGuinness, 2008. Vgl. auch Potter, 2009, S. 204–209.

Ich habe ein Beispiel dafür gegeben, wie eine sogenannte „Identitätsaussage“ gebraucht werden kann, um die Ersetzbarkeit zweier Zeichen festzusetzen. Wird eine Gleichung so verwendet, dann wird also überhaupt nicht auf einen Gegenstand Bezug genommen. Bei welcher Gelegenheit will denn jemand die Identität von Gegenständen zum Ausdruck bringen? Dies ist dann der Fall, wenn sie klarmachen will, dass sie in verschiedenen Sätzen von demselben Gegenstand redet. Gemäss Wittgenstein sollte sie dann zweimal denselben Namen verwenden. Die Gleichheit des Zeichens, mit dem die Sätze gebildet sind, drückt dann aus, dass der Gegenstand, über den je etwas gesagt wird, jedes Mal derselbe ist. In den beiden Sätzen „Franziskus betet im Petersdom“ und in „Franziskus trägt rote Schuhe“ zeigt die zweimalige Verwendung desselben Namens an, dass von derselben Person die Rede ist. Dagegen zeigt die Verwendung eines anderen Namens in „Benedikt trägt rote Schuhe“ an, dass von einer anderen Person die Rede ist.

In der Umgangssprache ist es aber möglich, denselben Gegenstand mit verschiedenen Namen zu bezeichnen. Genau deshalb braucht es solche Ersetzungsregeln für Namen wie „Jorge Mario Bergoglio ist Franziskus“. Für die Begriffsschrift stipuliert Wittgenstein, verschiedene Namen verschiedene Gegenstände bedeuten: Es gilt, dass dann und nur dann auf denselben Gegenstand Bezug genommen wird, wenn dasselbe Zeichen verwendet wird.[220]

[220] Vgl. auch 3.203: „Der Name bedeutet den Gegenstand. Der Gegenstand ist seine Bedeutung. (‚A‘ ist dasselbe Zeichen wie ‚A‘.)“ Die Begriffsschrift ist eine logische Notation, in der nicht nur die Zeichen gemäss der logisch-syntaktischen Kategorien der Symbole unterschieden werden, zu denen sie gehören. Das volle Symbol, und nicht nur dessen Form, soll am Zeichen kenntlich sein. Das heisst: Sätze, die einen unterschiedlichen Sinn haben (und nicht nur eine unterschiedliche Form) werden in der Begriffsschrift unterschiedlich notiert. Sätze gleicher Form unterscheiden sich voneinander durch ihren unterschiedlichen Inhalt. Unterschiede des Inhalts werden in der Begriffsschrift durch Unterschiede der Zeichengestalt wiedergegeben. „A“ ist dasselbe Zeichen wie „A“, aber nicht dasselbe wie „B“.

6. 2. 2. Schlüsse mit Identität

Aus der Erklärung, wie Wittgenstein das Gleichheitszeichen verwendet, ergibt sich, wie er Schlüsse interpretiert, die scheinbar aufgrund von Identität gültig sind. Gemäss seiner Auffassung der Logik gründet logisches Schliessen in den Wahrheitsbedingungen der Prämissen und der Konklusion. Ein Schluss ist genau dann gültig, wenn es ausgeschlossen ist, dass die Prämissen wahr sind und die Konklusion falsch. Er ist deshalb mit der Schwierigkeit konfrontiert, Übergänge von Sätzen zu Sätzen zu erklären, in denen scheinbar Identitätsaussagen als Prämissen auftreten.

Das Problem lässt sich anhand eines Beispiels illustrieren. Von den beiden Sätzen „Jorge Mario Bergoglio betet im Petersdom“ und „Jorge Mario Bergoglio ist Franziskus“ lässt sich auf „Franziskus betet im Petersdom“ übergehen. Der Schluss lässt sich so in logischer Notation wiedergeben:

(1) fa; a=b also fb.

Ist dieser Übergang zulässig und wenn ja warum? Die zweite Prämisse scheint problematisch zu sein. Der Ausdruck enthält zwar Namen, aber trotzdem kann es sich nicht um einen Elementarsatz handeln.[221] Wäre er ein Elementarsatz, dann könnten wir ihn in der Begriffsschrift genauso gut durch q wiedergeben. Dann wäre der Schluss (1) nur dann gültig, wenn der folgende Satz tautologisch wäre:

(2) $p \,.\, q \supset r$.

Dies ist offensichtlich nicht der Fall. Wenn p, q und r Elementarsätze sind, dann sind sie logisch voneinander unabhängig. Wenn „=“ als zweistellige Funktion aufgefasst wird, leistet es im Rahmen einer wahrheitskonditionalen Semantik nicht das, was es soll. Fasst man dagegen „a=b“ nicht als Prämisse, sondern als Zeichenregel auf, mit der festgesetzt wird, dass „b“ für „a“ ersetzt werden darf, dann ist der Übergang von „fa“ auf „fb“ gültig und zwar auf Grund dieser Regel.

[221] Tatsächlich ist eine Interpretation von „=“ als definiertes Zeichen möglich, gemäss der „a=b“ kein Elementarsatz ist und der Satz im Rahmen eine wahrheitsfunktionalen Quantorenlogik gültig ist (vgl. Quine 1986, S. 63f.). Die Definition beinhaltet aber, dass Gegenstände sich durch ihre Eigenschaften unterscheiden. Das akzeptiert Wittgenstein nicht, vgl. Teil 3 dieses Kapitels.

Wenn der Übergang im Rahmen einer wahrheitskonditionalen Logik zulässig sein soll, drückt „=“ also keine zweistellige Relation aus. Wenn es dagegen als Relationszeichen aufgefasst wird, leistet es gemäss Wittgenstein gar nicht das, was man in der Logik (und Mathematik) damit ausdrücken will.[222] Es handelt sich bei dem Schluss nicht um den Übergang von zwei Prämissen zu einer Konklusion. „Schlüsse auf Grund von Identität“ sind somit gemäss Wittgenstein gar keine logischen Schlüsse. Mit der Ersetzungsregel „Franziskus = Jorge Mario Bergoglio“ ist festgelegt, dass der Satz „Jorge Mario Bergoglio betet im Petersdom“ und der Satz „Franziskus betet im Petersdom“ denselben Sinn haben. Dann handelt es sich aber bei ihnen um denselben Satz (vgl. 5.141). Folglich werden sie mit demselben Satzzeichen in Begriffsschrift übersetzt. Das zeigt, dass beim scheinbaren logischen Schluss (1) überhaupt kein Übergang von einem Satz zu einem anderen stattfindet.

Wittgensteins Festsetzung, dass Gleichheit des Gegenstandes nicht mit Hilfe des Gleichheitszeichens auszudrücken ist, wurden verschiedentlich so verstanden, dass für Wittgenstein die Verwendung des Gleichheitszeichens überhaupt unzulässig ist.[223] Daraus schliessen manche Interpreten, dass mathematische Sätze gemäss Wittgenstein mit einem illegitimen Zeichen gebildet und deshalb unsinnig sind. Wenn der Mathematiker Gleichungen aufstellt, dann versuche er etwas zu sagen, das sich nur zeigen lässt.[224] Meines Erachtens übersehen sie, dass

[222] Geht man davon aus, dass Menschen, solange sie nicht begonnen haben Philosophie zu machen, die Sprachlogik nicht verletzen, kann das auch so fassen: Ein Blick auf den Sprachgebrauch zeigt, dass so von Sätzen auf Sätzen übergegangen wird. Wie muss dann eine Äusserung wie „Jorge Mario Bergoglio ist Franziskus“ analysiert werden? Welche Rolle spielt „ist“ in diesem Satz? Für Wittgenstein muss die Antwort sein: Es wird nicht als Funktionszeichen gebraucht, sondern zeigt eine Ersetzungsregel an.

[223] Vgl. z.B. Fogelin, 1983; Rogers und Wehmeier 2012, S. 548; vgl. auch Glock, vgl. 1996b, Eintrag „Identity“. Zwar weist er auf die Bemerkung 3.232 hin, in der Wittgenstein „ist“ als Beispiel für ein Wort mit verschiedenen Bezeichnungsweisen anführt. „Throughout [Wittgenstein’s] career, he diagnosed this as a cause of confusions such as the Hegelian paradox of ‘identity in difference’ (TLP 3.323; RCL; LWL 4; PG 53; PI §558) and suggested that these might be forestalled through a notation which replaces ‘is’ respectively through ‘=’, ‘ε’ and ‘(∃x)’ (TS220 §99). This is the only exemplification of a method envisaged in Philosophical Investigations §90, namely of dissolving philosophical problems through a new notation. But it is not in line with the early work, which bans ‘=’ from the ideal notation […].“

[224] Vgl., Shanker 1987, S. 274f. oder Frascolla, 1997, S. 359. Zur Auffassung, mathematische Gleichungen seien für Wittgenstein unsinnig, könnte man daher kommen, dass er in 6.2. bemerkt „Die

Wittgenstein Gleichungen und damit Regelausdrücke von Sätzen unterscheidet, in denen vom gleichen Gegenstand die Rede ist. Unsinn resultiert gemäss Wittgenstein nur dann, wenn man das Gleichheitszeichen in der Begriffsschrift so verwendet, als ob es ein Relationszeichen wäre, also ein Zeichen, um Gegenstände zu beschreiben (und damit auch Sätze zu bilden).

Allerdings hält Wittgenstein fest, das Gleichheitszeichen sei ein blosser Behelf (vgl. 4.242) und kein wesentlicher Bestandteil der Begriffsschrift (vgl. 5.533). Diese letzte Bemerkung ist meines Erachtens so zu verstehen, dass das Gleichheitszeichen nicht gebraucht wird, um Sätze in Begriffsschrift notieren. Die Begriffsschrift ist ein Instrument um Sätze gemäss ihrer logischen Syntax zu notieren. Sie macht deutlich, wie die Bestandteile des Satzzeichens die logischen Beziehungen des Satzes bestimmen. Das Gleichheitszeichen wird *dazu* nicht gebraut. Es handelt sich deshalb nicht um ein logisches Zeichen, wie Frege und Russell glauben. Diesen Punkt werde ich später in diesem Kapitel noch weiter erläutern.

Damit ist das Gleichheitszeichen jedoch nicht an sich überflüssig. Das Zeichen wird beispielsweise bei der logischen Analyse benötigt. Dort werden Zeichen für Komplexe durch Definition zergliedert (vgl. 3.24). Die Definition setzt fest, wie das Satzzeichen, welches das Symbol eines Komplexes enthält, ersetzt werden kann, durch ein Satzzeichen, in welchem dieses Symbol nicht vorkommt (vgl. Kapitel 2.3.3). Auch Sätze, die mit logischen Junktoren und Quantoren gebildet sind, enthalten definierte Zeichen (vgl. 5.42, vgl. auch Kapitel 5). Um Namen in der Begriffsschrift einzuführen braucht es das Gleichheitszeichen (vgl. 5.526). Schliesslich braucht Wittgenstein das Gleichheitszeichen explizit in seiner Definition der Zahlen (vgl. 6.02). So nennt er auch die Mathematik eine „Methode der Logik“, in der man „mit Gleichungen [arbeitet]“ (vgl. 6.23 und 6.2341).

Sätze der Mathematik sind Gleichungen, also Scheinsätze.“ In 5.534 nennt er Ausdrücke wie „a=a“, und „(∃x) (x=a)“ Scheinsätze. Dort meint er damit nicht nur, dass diese Gleichungen nur scheinbar Sätze sind, sondern auch, dass sie unsinnig sind, vgl. auch 5.5351. Meines Erachtens ist der wichtige Punkt unter 5.53 der, dass man versucht ist, mit einer Gleichung eine Aussage zu machen und man dann einen unsinnigen begriffsschriftlichen Ausdruck hinschreibt. Der Mathematiker aber rechnet mit Gleichungen. In 6.2. braucht Wittgenstein den Ausdruck „Scheinsatz“ meines Erachtens, um zu sagen, dass die „Sätze der Mathematik“ nur scheinbar Sätze sind. Wenn eine Äusserung nur scheinbar ein Satz ist, folgt daraus noch nicht, dass sie unsinnig ist.

6. 2. 3. Gleichungen in Sätzen

Gemäss meiner Interpretation „verbannt" Wittgenstein Gleichungen nicht aus der Begriffsschrift. Jedoch erklärt er sie anders als Frege und Russell und verwirft deren Interpretation von „=", als Relationszeichen. Deshalb denke ich, dass Wittgenstein auch nicht alle quantifizierten Sätze, die in Russell Notation das Gleichheitszeichen enthalten, als in unzulässiger Weise notiert erachtet. Ihm gelten diejenigen dieser Sätze als richtig wiedergegeben, in denen die Gleichung als Zeichenregel verstanden werden kann. Diese Sätze können auch in Wittgensteins Begriffsschrift ohne Gleichheitszeichen formuliert werden. Dagegen sind in einer logischen Notation notierte Sätze, in denen „=" als Relationszeichen verwendet wird, unsinnige Pseudosätze. Entgegen der gängigen Lesart ist der Grund dafür nicht, dass dann etwas gesagt wird, dass sich bloss zeigen lässt. Der Grund ist vielmehr, dass für „=" bereits eine Verwendung stipuliert ist und es deshalb nicht auch noch anders verwendet werden darf.[225] Das Gleichheitszeichen ist insbesondere nicht deshalb problematisch, weil mit seiner Hilfe notwendige Wahrheiten ausgedrückt werden sollen, die keine Tautologie sind.[226]

Aus den im letzten Absatz angeführten Überlegungen ergibt sich, dass Wittgenstein die Übersetzbarkeit in seine Notation als Test dafür verwenden kann, ob Russell das Gleichheitszeichen richtig oder falsch verwendet.[227] Zudem kann er auf dieser Grundlage Russell kritisieren: Dass in manchen von ihm notierten Sätzen Gleichungen als Ersetzungsregeln gelesen werden können, in anderen aber nicht, zeigt, dass Russell das Zeichen auf zwei verschiedene Weisen verwendet und also gegen eine grundsätzliche Anforderung an die Begriffsschrift verstösst.[228]

[225] Vgl. Kapitel 2.1.

[226] Eine solche Interpretation vertreten z.B. Shanker, 1987, S. 274f.; Wehmeier, 2008, S. 363: „Clearly, the identity relation violates this principle in that identities would be atomic facts whose necessity is not rooted in tautologies."

[227] Gemäss White ist damit, dass sich immer dann, wenn das Gleichheitszeichen als Relation gelesen werden muss, der damit gebildete Satz nicht in Wittgensteins übersetzten lässt, gezeigt, dass Wittgenstein eine Auffassung der Identität etabliert hat, gemäss diese keine Relation ist. „In this way we may definitely say that Wittgenstein, by justifying the possibility of his notation [...] has produced a notation the possibility of which is incompatible with the idea that identity is a relation [...]" White, 1077–78, S. 169.

[228] Wittgenstein bemerkt in 5.531, dass er statt „f(a,b) . a=b" „f(a,a)" oder „f(b,b)" schreibt. Beachtet man, dass a=b eine Zeichenregel ist, ist dies trivial. Problematisch ist diese Bemerkung nur, wenn a=b als Satz aufgefasst wird, wie das Rogers und Wehmeier tun. „But it is clear that neither *f* (*a*, *a*) nor *f*

In 5.531–5.5321 gibt Wittgenstein einige Beispiele dafür, wie er Sätze notiert, in denen Russell das Gleichheitszeichen verwendet:

(2) $f(a,a)$ für $f(a,b) \,.\, a = b$[229]

(3) $f(a,b)$ für $f(a,b). \sim a=b$

(4) $(\exists x)\,(f(x,x))$ für $(\exists x,y)\,(f(x,y) \,.\, x = y)$.

(5) $(\exists x, y)\,(f(x, y))$ für $(\exists x ,y)\,(f(x, y) \,.\, \sim x = y)$

(6) $(\exists x, y)\,(f(x,y)) \vee (\exists x)\,(f(x,x))$ für $(\exists x, y)\,(f\,(x, y))$

(7) $(\exists x)\,(fx \supset fa) \,.\, \sim(\exists\, x, y)(fx.\, fy)$ für $(x)\,(fx \supset x=a)$

(8) $(\exists x)\,(fx\,) \,.\, \sim(\exists x, y)\,(fx.\, fy)$ für $(\exists x)\,(fx).\,(y)\,(fy \supset y=x)$

In (2) muss gemäss Wittgenstein der Satz auf der rechten Seite gelesen werden als f(a,b), wobei „a“ und „b“ gegenseitig ersetzbar sind. In einer logischen Notation, in welcher Wittgensteins Stipulierung gilt, wird dieser Satz als f(a,a) wiedergegeben. In (3) wird an Stelle der Zeichenregel, dass „a“ und „b“ nicht ersetzbar sind, einfach „f(a,b)“ geschrieben.

Wie sind die quantifizierten Sätze (4) – (8) zu lesen? Es ist zu beachten, dass Wittgenstein nicht nur das Gleichheitszeichen anders als Russell erklärt, sondern auch Variablen.[230] Der quantifizierte Satz (4) enthält also eine Variable, welche als Verallgemeinerung eines Satzes wie (2) gebildet ist. Die Variable in (5) ist aus einem Satz wie (3) gebildet. Enthält ein Satz in Wittgensteins Notation verschiedene Variablen, zeigt das bereits an, dass er aus einem Satz mit mehreren, unterschiedlichen Namen gebildet wurde. In Wittgensteins Lesart von Russells Notation wird die Gleichung gebraucht, um den Satz zu bestimmen, aus dem die Variable gebildet ist. Es gilt also: Wann immer eine Gleichung in einem quantifizierten Satz so gelesen werden kann, dass sie die Sätze bestimmt, aus der die Variable gebildet ist, dann kann der Satz in eine Notation übersetzt werden, in der Wittgensteins Stipulierung gilt.

(*b*, *b*) can count as an adequate translation […], for […] they fail to have the same truth conditions as *f* (*a*, *b*) . *a* = *b*“ (vgl. Rogers & Wehmeier, 2012, S. 547).

[229] Vgl. vorangehende Anmerkung.

[230] Hintikka behauptet, dass die Art und Weise, wie Wittgenstein unter 5.53 quantifizierte Sätze ohne Gleichheitszeichen schreibt, mehrere mögliche Lesarten zulässt, vgl. Hintikka 1956. Wehmeier und Rogers übernehmen diese Auffassung und diskutieren die Varianten ausführlich. Zwar weisen sie später in ihrem Aufsatz darauf hin, dass Wittgenstein Variablen als Verallgemeinerungen erklärt, aber sie übersehen, dass diese Erklärung Wittgensteins Notation eindeutig macht, vgl. Rogers & Wehmeier, 2012, S. 539–551.

In der zitierten Passage gibt Wittgenstein auch Beispiele für unsinnige Pseudosätze (vgl. 5.534). In diesen Sätzen kann die Gleichung nicht in der eben geschilderten Weise gelesen werden:

(9) a = a

(10) a=b. b=c ⊃ a=c

(11) (x) . (x =x)

(12) (∃x) (x=a).

Oberflächlich betrachtet, sieht (11) so aus, als sei es gleich gebildet wie (4) – (8). Aber in (11) wird die Gleichung nicht gebraucht, um einen Satz zu bestimmen, aus dem eine Satzvariable gebildet ist. (11) und auch (12) enthalten überhaupt keine Satzvariable. Möchte man versuchen, „x=x" als Satzvariable zu lesen, dann müsste der Ausdruck aus einem Satz gebildet sein, der so zu notieren wäre: „a=a". Damit man aber „a=a" als Satz auffassen kann, muss man „=" als Funktionsausdruck und nicht als Zeichen einer Ersetzungsregel lesen.[231] Damit verstösst man aber gegen die Regel der Begriffsschrift, dass ein Zeichen nur eine Bezeichnungsweise hat.[232]

Die Argumentation, dass Ausdrücke wie „(x)(x=x)" aus dem Grund unsinnig sind, damit versucht wird, das zu sagen, was sich nur zeigen lässt, ist meines Erachtens problematisch. Mit dieser Begründung wird der Eindruck erweckt, es gebe hier eine Wahrheit, die sich nur zeigen, aber nicht sagen lässt. Bisweilen finden man in der Literatur denn auch die Behauptung, dass die Wahrheit einer Gleichung eine notwendige Wahrheit sei und somit eine Wahr-

[231] White hält fest, dass (11) – (12) problematisch sind, weil darin das Gleichheitszeichen als Ausdruck einer Relation gelesen werden muss. Er weist darauf hin, dass Wittgenstein sie anführt, weil sie in Freges und Russells Werken etwas belegen sollen, das Wittgenstein für unzulässig hält. Vgl. White, 1977–78 S. 169f.

[232] Ich widerspreche damit der Lesart von Rogers und Wehmeier, die behaupten, dass (11) – (12) für Wittgenstein deshalb problematisch sind, weil mit ihnen die Zeigen-Sagen-Unterscheidung verletzt werde. Gemäss den beiden Autoren gibt es „etwas", das mit diesen Pseudosätzen versucht wird zu sagen, was in einer korrekten Notation aber gezeigt werde, vgl. Rogers und Wehmeier 2012, S. 548f. Ihre vorgeschlagenen Übersetzungen halte ich für unsinnig. Entgegen ihrer Behauptung sind sie ein Beleg dafür, dass mit ihrem Übersetzungs-Prozedere etwas nicht stimmt.

heit, die sich zeige und die nicht behauptet werden könne.[233] Meines Erachtens will Wittgenstein jedoch darauf hinaus, dass es sich bei Fragen nach der Gleichheit oder Verschiedenheit von Gegenständen gerade nicht um Fragen nach einer Wahrheit handelt. Ebenso wenig ist eine Ersetzungsregel für Zeichen der Ausdruck einer notwendigen Wahrheit. „a=b“ zeigt vielmehr an, dass „a“ und „b“ denselben Gebrauch haben.

Der Anschein, dass sich mit Gleichungen logische (oder gar metaphysische) Wahrheiten ausdrücken lassen, entsteht dann, wenn man davon ausgeht, dass alle sprachlichen Äusserungen Sätze sind und deshalb nicht realisiert, dass in einer Gleichung das Gleichheitszeichen nicht als zweistellige Funktion verwendet wird. Erst, wenn es neben dem Gebrauch in Gleichungen auch als zweistellige Relation verwendet wird, aber ausser Acht gelassen wird, dass ihm damit eine andere Verwendungsweise gegeben wird, taucht die Frage auf, was denn mit einem so gebildeten „Satz“ ausgedrückt wird. Hat man dagegen erste einmal klaren Blick auf die „Logik der Sprache“ der Sprache gewonnen hat, lösen sich die Probleme um Identität auf. Sobald man sieht, dass mit dem Gleichheitszeichen (oder dem „ist“ in „Bergoglio ist Franziskus“) gar keine Aussage über Gegenstände gemacht wird, sondern eine Regel für den Zeichengebrauch bestimmt wird, sobald also die Bezeichnungsweise des Gleichheitszeichens erkannt ist, erlischt das Bedürfnis nach einer Erklärung des Sinns einer Gleichung. Dies ist auf jeden Fall Wittgensteins Überzeugung. Freges Erklärungsbedürfnis wurde dadurch bekanntlich nicht gestillt. Vielmehr war er mit seiner in der Begriffsschrift 1879 vertretenen Auffassung, Gleichheit betreffe Zeichen und nicht Gegenstände und drücke aus, dass zwei Namen denselben Inhalt haben, nicht zufrieden. Um den Erkenntnisgewinn zu erklären, der

[233] So schreibt z.B. Wehmeier: „Wittgenstein’s motivation in denying identity the status of a relation appears to be his belief that truth-functional tautologies are the sole source of logical necessity. Clearly, the identity relation violates this principle in that identities would be atomic facts whose necessity is not rooted in tautologies“ (Wehmeier, 2008, S. 364). Wehmeier gibt Wittgensteins Argument so wieder, dass das Gleichheitszeichen kein Relationszeichen sein *darf*, weil das dem Grundsatz wiedersprechen würde, dass alle notwendigen Wahrheiten tautologisch sind. Er impliziert, dass, wenn „a=b“ ein Satz wäre, dieser notwendig wahr, aber nicht tautologisch sein würde. Weil das nicht der Fall sind dürfe, verbiete Wittgenstein den Gebrauch des Gleichheitszeichens. Gemäss dieser Argumentationslinie ergeben sich also Wittgensteins Überlegungen zur Identität aus einer metaphysischen Grundüberzeugung. In diesem Kapitel argumentiere ich dafür, dass Wittgensteins Auffassung des Gleichheitszeichens gerade nicht in einem metaphysischen Prinzip gründen.

durch gültige Gleichungen ausgedrückt wird, differenziert er stattdessen zwischen Sinn und Bedeutung eines Namens, vgl. Frege, 1892.[234]

Entscheidend in Wittgensteins Darlegung unter 5.53, wie das Gleichheitszeichen zu verwenden ist und wie nicht, ist deshalb meines Erachtens die Frage, warum man denn versucht sein kann, damit eine Aussage zu bilden. Wozu sollen diese unsinnigen Pseudosätze dienen, in denen man es als Funktionsausdruck verwendet? Diese Frage bringt uns zurück zum Problem der Identität. Logische Probleme entstehen, wenn die Sprachlogik nicht klar ist (vgl. Einleitung). Im Zusammenhang mit der Identität ist unklar, wie in der Sprache Gegenstände voneinander unterschieden werden. Genau dann, wenn man über die Gleichheit und Verschiedenheit von Gegenständen nachdenkt, kann man versucht sein, das Gleichheitszeichen als Funktionszeichen zu gebrauchen. Ich denke, dass diese Verwendungsweise durch folgende Überlegung motiviert ist: Auf welcher Grundlage lässt sich entscheiden, ob es sich bei zwei Vorkommnissen eines Gegenstandes zweimal um denselben Gegenstand oder um zwei verschiedene Gegenstände handelt? Wenn es sich um zwei Gegenstände handelt, dann muss es

[234] Als Logizist fasst Frege Gleichungen als Urteile mit einem Inhalt auf, der aufgrund logischer Gesetze wahr ist. Ihn beschäftigt deshalb die Frage, welcher Art diese Wahrheit ist. Er möchte eine Antwort finden, die erklärt, wie in der Mathematik neue Erkenntnisse gewonnen werden können. Im *Tractatus* entledigt sich Wittgenstein des Problems scheinbar auf radikalste Weise. Zum einen sind für ihn logische Sätze inhaltsleer. Ihre Wahrheit beruht auf blossen kombinatorischen Eigenschaften bipolarer Aussagen. Der Sinn von Sätzen besteht darin, wahr unter bestimmten Bedingungen zu sein und falsch unter bestimmten Bedingungen. Er wird also durch eine bestimmte Kombination der Wahrheitsmöglichkeiten von Elementarsätzen produziert. Dann sind Tautologien und Kontradiktionen gleichsam Nebenprodukte dieser Maschinerie. Zum anderen insistiert Wittgenstein darauf, dass Gleichungen anders funktionieren als Sätze. Sie sind nicht Teil der sinnproduzierenden kombinatorischen Maschinerie der Sprache, sondern funktionieren nach anderen Regeln (der Regel der Substitution, vgl. 6.24). Dass Wittgenstein sich der Probleme, die Frege beschäftigten, aber nur scheinbar oder momentan entledigt, zeigt sich daran, dass er sich Zeit seines Lebens mit der Philosophie der Mathematik auseinandersetzt und dabei auch die Fragen nach dem Sinn mathematischer Sätze sowie der Erfahrung, auf der die Mathematik beruht, immer wieder auftauchen. Vgl. z.B. 6.2331: „[...] Die Rechnung ist kein Experiment“; Wittgenstein,1984 [1], §190: „Es tritt uns hier etwas entgegen, was man arithmetisches Experiment’ nennen könnte. [...] So kommen auch die Primzahlen bei der Methode sie zu suchen heraus, als Resultate eines Experimentes“; Wittgenstein, 1984 [2] §37: „Lege 2 Äpfel auf die leere Tischplatte, schau das niemand in ihre Nähe kommt und der Tisch nicht erschüttert wird; nun lege noch 2 Äpfel auf die Tischplatte; nun zähle die Äpfel, die da liegen. Du hast ein Experiment gemacht [...].“

möglich sein, sie voneinander zu unterscheiden. In der Logik muss es möglich sein, sie aufgrund rein logischer Kriterien voneinander zu unterscheiden. Dann interessiert man sich nicht für bestimmte Unterscheide zwischen verschiedenen Arten von Dingen, Hasenartigen und Nagetieren beispielsweise. Diese werden dadurch voneinander unterschieden, dass Hasenartige vier obere Schneidezähne haben, Nagetiere dagegen zwei.[235] Über solche Eigenschaften der Anatomie unterscheidet die Zoologin Tiergattungen, die Gegenstände ihres Gebietes. Wie unterscheidet der Logiker die Gegenstände seines Gebietes? Ihn interessieren nicht Pikas und Murmeltiere, sondern Gegenstände überhaupt. So kommt er dazu, etwas über seinen Gegenstand, das „Urbild" Ding, sagen zu wollen. Er ist versucht, das Gleichheitszeichen als Funktionsausdruck aufzufassen, mit dem sich diejenige Eigenschaft bezeichnen lassen soll, die allen Gegenständen überhaupt zukommt, unabhängig davon, ob sie nun Nager, Schwefel oder natürliche Zahlen sind. Er ist versucht zu sagen: „Jedes Ding hat die Eigenschaft, mit sich und nur mit sich selbst identisch zu sein." Daraus leitet er ab, dass a und b verschieden sind, wenn b nicht die Eigenschaft hat, mit a identisch zu sein. Wittgenstein ist der Überzeugung, dass man dann ein logisches Problem mit einer Frage verwechselt und deshalb versucht, eine Antwort zu finden, statt das Problem zu lösen. In der Logik werden Probleme aber dadurch gelöst, dass man eine adäquate Notation entwickelt (vgl. Kapitel 4.1). Im Fall der Identität ist die Notation dann adäquat, wenn verschiedene Gegenstände durch ihre Bezeichnungen unterschieden werden. Die Notation ist dann adäquat, wenn sich mit ihr zeigen lässt, ob in verschiedenen Sätzen von demselben oder von verschiedenen Gegenständen die Rede ist. Also muss geklärt werden, welche Symbole dazu gebraucht werden. Ist eine Notation bereits adäquat, die nur über Wittgensteins „allgemeines Urzeichen" der Logik verfügt, also nur über Sätze? Oder braucht es eine zweite Sorte von Symbolen, eben Namen? Und wie ist das zu begründen? Im ersten Teil des Kapitels habe ich festgehalten, dass Gegenstände gemäss Wittgenstein durch ihre Namen voneinander unterschieden werden. Eine adäquate Notation verfügt also über einfache Symbole, Namen. Im Folgenden führe ich aus, wie Wittgenstein dies begründet.

[235] Vgl. lagomorph. 2015. Encyclopædia Britannica Online. Retrieved 22 Januar, 2015, from http://www.britannica.com/EBchecked/topic/327815/lagomorph

6. 3. Gleichheit und Verschiedenheit von Gegenständen

6. 3. 1. Wittgensteins Kritik am Leibniz-Gesetz

Aus Wittgensteins Sicht ist das Leibniz-Gesetz, wie Frege und Russell es formulieren, konfus. Seine Analyse zeigt, dass das Gleichheitszeichen zwei Verwendungsweisen hat. Das will ich im Folgenden darlegen. Das Leibniz-Gesetz wird in der Prädikatenlogik höherer Stufe so formuliert:

(1) $(\varphi) ((\varphi x \equiv \varphi y) \supset x=y)$

Ausserdem gilt der Satz der Identität:

(2) $x=y \supset (\varphi x \supset \varphi y)$

In den Grundgesetzen erläutert Frege in §20 die Gültigkeit von (1) indem er zeigt, dass das Antezedens falsch ist, wenn das Konsequens falsch ist.[236] Dazu interpretiert er „=“ als Ausdruck der Eigenschaft „ist identisch mit“. Er bildet den Begriff „ist identisch mit a“ und nimmt an, dass b nicht unter diesen Begriff fällt, also ~b=a. Damit gewinnt er zugleich eine Eigenschaft, die auf a, aber nicht auf b zutrifft. Aus der Falschheit von „b=a“ folgt deshalb für ihn direkt, dass es eine Eigenschaft gibt, die a und b unterscheidet.

Frege fasst in dieser Argumentation „ist identisch mit“ als Eigenschaft auf. Damit ist der Ausdruck ein möglicher Wert von φ im Antezedens von (1). Der Satz, dass jede Eigenschaft auf x zutrifft genau dann, wenn sie auf y zutrifft, schliesst demzufolge Identität mit ein. Anders gesagt: Identität ist die Eigenschaft, mit der sich zwei beliebige Gegenstände unterscheiden lassen.

Um zu sehen, warum diese Erläuterung für Wittgenstein problematisch ist, legen wir eine Verwendungsweise für das Gleichheitszeichen fest. Entweder wird „=“ als zweistellige Funktion gebraucht, um einen Satz zu bilden oder es drückt eine Ersetzungsregel aus. Wenn Identität eine Relation sein soll, würde Wittgenstein (1) wie folgt notieren:

[236] Für Frege ist „=“ ein undefiniertes Zeichen und (1) ein Grundgesetz (nämlich Grundgesetz III), vgl. *Grundgesetze* §§7 und 20.

(1’) $(\varphi)\ \varphi x \equiv \varphi y \supset xRy$

(2) wäre dann so zu notieren:

(2’) $xRy \supset (\varphi x \supset \varphi y)$

xRy ist das Zeichen einer zweistelligen Funktion. Wird damit ein Satz notiert, legt man sich aus Wittgensteins Sicht bereits darauf fest, ob man sich auf zwei Gegenstände oder zweimal auf denselben Gegenstand bezieht. In (1’) und (2’) ist für ihn von zwei Gegenständen die Rede. Wenn nun xRy so interpretiert werden soll, von zwei Gegenständen gesagt wird, dass sie identisch sind, dann ist das offenbar unsinnig. Nun lassen sich die beiden Sätze auch so formulieren, dass in ihnen nur ein Gegenstand bezeichnet wird:

(1’’) $(\varphi)\ \varphi x \equiv \varphi x \supset xRx$

(2’’) $xRx \supset (\varphi x \supset \varphi x)$

Mit (2’’) wird nun gar nichts gesagt, es ist eine Tautologie. (1’’) ist äquivalent zu xRx. Wird das Relationszeichen wiederum mit „ist identische mit“ interpretiert, wird in (1’’) von etwas gesagt, dass es identisch mit sich ist. Damit ist aber ebenfalls nichts gesagt. „Beiläufig gesprochen: Von zwei Dingen zu sagen, sie seien identisch, ist ein Unsinn, und von Einem zu sagen, es sei identisch mit sich selbst, sagt gar nichts.“ (5.5303).

Der Versuch, das Leibniz-Gesetz in Begriffsschrift als Satz wiederzugeben (Identität als Relation aufzufassen), scheitert deshalb für Wittgenstein. Wenn „=“ dagegen als Ersetzungsregel interpretiert wird, ist (2) legitim: Wenn die Ersetzungsregel gilt, dann lässt sich in jedem Satz, in dem x vorkommt, dieses durch y ersetzen. (1) jedoch lehnt Wittgenstein ab: Daraus, dass jede Eigenschaft genau dann auf x zutrifft, wenn sie auf y zutrifft, folgt nicht, dass „x“ und „y“ durcheinander ersetzt werden können (vgl. 5.302).

Russell definiert „=“ auf der Grundlage von (1) (vgl. PM *13.01). Für ihn drückt also x=y nichts Anderes aus, als dass jede Eigenschaft, die auf x zutrifft, auch auf y zutrifft. Doch für Wittgenstein ist die Beschreibung, dass x und y alle Eigenschaften gemeinsam haben eine Aussage, eine Äusserung die wahr oder falsch sein kann, also einen Sinn hat. Auch wenn sie für keine zwei Gegenstände richtig sein sollte, es also tatsächlich immer der Fall sein sollte, dass zwei Gegenstände sich durch Angabe einer Eigenschaft unterscheiden lassen, so ist es doch denkbar, dass sie nicht unterschieden sind (vgl. 5.5302).

Wittgenstein hält also fest, dass Gegenstände nicht über ihre Eigenschaften identifiziert, d.h. voneinander unterschieden werden können. Er gibt also Ununterscheidbarkeit als Kriterium für Identität auf.[237] Damit stellt sich die Frage, auf Grund welchen Kriteriums Gegenstände denn dann unterschieden sind. Ich habe schon dargelegt, dass für Wittgenstein in der Sprache Gegenstände über ihre Namen unterschieden sind. In Sprachen ohne die Stipulation, dass verschiedene Namen verschiedenes benennen, braucht es das Gleichheitszeichen um auszudrücken, dass mehrere Namen denselben Gegenstand bezeichnen, respektive mehrere Variablen denselben Wert annehmen. Durch Übersetzen einer solchen Sprache in Wittgensteins Begriffsschrift werden Namen eindeutig gemacht und damit Gegenstände identifiziert. Das haben wir gesehen Doch wie ist es zu entscheiden, ob zwei Namen dasselbe bezeichnen oder verschiedenes? Welches ist das Kriterium, wenn nicht Ununterscheidbarkeit?

[237] Vgl. auch 2.02331: „Entweder ein Ding hat Eigenschaften, die kein anderes hat, dann kann man es ohne weiteres durch eine Beschreibung aus den anderen herausheben, und darauf hinweisen; oder aber, es gibt mehrere Dinge, die ihre sämtlichen Eigenschaften gemeinsam haben, dann ist es überhaupt unmöglich auf eines von ihnen zu zeigen. Denn, ist das Ding durch nichts hervorgehoben, so kann ich es nicht hervorheben, denn sonst ist es eben hervorgehoben."

6. 3. 2. Namen und Identität

Für Wittgenstein ist Ununterscheidbarkeit kein Kriterium für Identität. Damit lehnt er auch die Idee ab, dass Gegenstände in der Sprache im Allgemeinen durch Sätze, also durch Kennzeichnungen unterschieden werden können. Es kann nicht vorausgesetzt werden, dass es für jeden Gegenstand eine Beschreibung gibt, die nur auf ihn zutrifft. Deshalb können Namen nicht zugunsten von Kennzeichnungen aufgegeben werden. Gegenstände lassen sich für Wittgenstein also nicht im Allgemeinen durch Kennzeichnungen identifizieren.

Ich vertrete die These, dass Wittgensteins Ablehnung des Leibniz-Gesetzes einhergeht mit seiner Auffassung, dass Namen wesentlich Bestandteil der Begriffsschrift sind. Wenn Gegenstände in der Sprache unterschieden sind, dann sind sie es nicht durch ihre Beschreibung, also nicht durch quantifizierte Sätze. Vielmehr sind sie es durch Namen. Um diese These zu begründen, gebe ich eine Interpretation der Passage im *Tractatus*, in der Wittgenstein Namen einführt. Unter 3.2 führt er Namen als die Bestandteile des Satzzeichens ein, die Gegenstände vertreten.[238] Er bestimmt aber Sätze nicht als Symbole, die Namen enthalten, sondern als Symbole, die Namen enthalten *können*. Er fordert, dass es möglich sein müsse, Satzzeichen zu bilden, die Namen enthalten. Er begründet dies damit, dass es möglich sein muss, einen Gegenstand mit einem solchen zu bezeichnen, damit der Sinn von Sätzen bestimmt sei.

> 3.23 Die Forderung der Möglichkeit der einfachen Zeichen ist die Forderung der Bestimmtheit des Sinnes.

Wittgenstein lässt also offen, ob in der Umgangssprache Namen verwendet werden. Er fordert bloss, dass dies möglich sein soll. Denn nur, wenn dies möglich ist, ist der Sinn jeden

[238] Dabei verschränkt Wittgenstein die Idee, dass der Satz der Ausdruck eines Gedankens ist (3.1), damit, dass der Satz ein Bild einer Tatsache ist (4.01). Der Gedanke kann dann so im Satz ausgedrückt sein, dass die Gegenstände im Satz vertreten sind. Genau dann ist das Satzzeichen mit Namen gebildet. Die Vermutung liegt nahe, dass Wittgenstein mit dieser Verschränkung das Problem löst, dass er Sätze einerseits als Bilder bestimmen will, wobei in Bildern Gegenstände vertreten werden, andererseits Sätze nicht im allgemeinen Namen enthalten. Ein Gedanke *kann* also so ausgedrückt sein, dass seinen Gegenständen Namen entsprechen, *derselbe* Gedanke kann aber auch anders ausgedrückt sein. Vgl. auch 5.526 zum Bezug von Kennzeichnungen und Sätzen mit Namen. Indem in eine Kennzeichnung ein Name eingeführt wird, wird der Beschreibung der Welt nichts hinzugefügt. Trotzdem müssen Namen möglich sein (d.h. obwohl wir in der Anwendung der Logik ohne sie auskommen, müssen wir sie aber trotzdem voraussetzen). Warum das so ist, begründe ich in diesem Abschnitt.

Satzes bestimmt. Das wiederum heisst: Nur dann lässt sich jeder Satz von allen anderen Sätzen unterscheiden. Ich behaupte also, dass der Sinn von Sätzen genau dann bestimmt ist, wenn sich immer entscheiden lässt, ob zwei Zeichen denselben Satz bilden oder nicht, und ist eine Sprache mit Namen vorausgesetzt. Das will ich mit einem Beispiel plausibel machen.

Wie lässt sich die Aussage, ein Konsul rede in Rom vor dem Senat von der Aussage, beide Konsuln redeten vor dem Senat unterscheiden? Gemäss Wittgenstein sind die beiden Satzzeichen „Ein Konsul redet vor dem Senat“ und „Zwei Konsuln reden vor dem Senat“ dann zwei verschiedene Sätze, wenn sich ihr Sinn unterscheidet. Dann haben sie unterschiedliche Wahrheitsbedingungen. So ist der erste Satz wahr, wenn mindestens einer der beiden Konsuln vor dem Senat redet, der zweite, wenn beide dies tun. Wenn nur ein Konsul redet, dann ist der erste Satz wahr und der zweite falsch und genau darin unterscheidet sich ihr Sinn. Nun ist es gemäss Wittgenstein möglich, dass die beiden Konsuln sich nicht durch eine Eigenschaft voneinander unterscheiden lassen. Jede Aussage, wie etwa „der Konsul stammt aus dem Geschlecht der Pompeii“ trifft dann auf den einen wie auf den anderen Konsul zu. Trotzdem soll es auch in diesem Szenario einen Unterschied machen, ob von einem oder von zwei Konsuln etwas gesagt wird.

Das heisst: Die Wahrheitsbedingungen der Sätze sind unterschieden, auch wenn die Gegenstände, die darin bezeichnet werden, nicht unterschieden sind. Was heisst es nun, dass die Wahrheitsbedingungen unterschieden sind? Es heisst, es ist möglich, dass der erste Satz wahr ist und der zweite falsch. Und diese Möglichkeit fasst Wittgenstein als Denkbarkeit.[239] Es ist *denkbar*, dass der eine Gegenstand vom anderen durch eine Eigenschaft unterschieden ist (im Beispiel der Eigenschaft „vor dem Senat redend“).

Es soll sich also denken lassen, dass es jemanden gibt, der Konsul ist und vor dem Senat redet und dass es noch jemanden gibt, der Konsul ist und nicht vor dem Senat redet. Wie lässt sich auf den zweiten Konsul Bezug nehmen? Nicht durch eine Beschreibung, denn er unterscheidet sich ja nicht vom ersten Konsul. Um die beiden Konsul als unterschiedene denken zu können, ist vorausgesetzt, dass sie als unterschiedene bezeichnet werden können. Das ist meines Erachtens der springende Punkt in Wittgensteins Überlegungen. Um sie als verschiedene

[239] Vgl. 3.201: „[...] Was denkbar ist, ist auch möglich.“ Vgl. auch 3.001 „‚Ein Sachverhalt ist denkbar’, heisst: Wir können uns ein Bild von ihm machen.“ Das heisst: Wir können den Sachverhalt mit einem Satz darstellen. Es gibt also einen (falschen) Satz, mit dem der eine Konsul als vom anderen unterschieden dargestellt wird. Das wiederum heisst: In diesem Satz wird auf die beiden Konsuln als verschiedene Bezug genommen, obwohl der Satz falsch ist. Also wird nicht mit einer Beschreibung auf die Konsuln Bezug genommen.

denken zu können, ist eine Sorte von Zeichen vorausgesetzt, mit denen Gegenstände bezeichnet werden können unabhängig davon, was der Fall ist, also unabhängig davon, ob sie sich durch das Zuschreiben irgendwelcher Eigenschaften unterscheiden lassen oder nicht. In Wittgensteins Auffassung sind Namen solche Zeichen.

Mit Namen lassen sich Gegenstände unterscheiden ohne die Voraussetzung, dass diese unterschieden sind. Das ist meines Erachtens für Wittgenstein das Entscheidende. Weil er Unterschiedenheit nicht als Unterscheidbarkeit auffasst, wozu er im Rahmen einer wahrheitsfunktionalen Logik gezwungen ist, muss er Namen voraussetzen.[240]

Die Rede von den beiden Konsuln setzt also voraus, dass es möglich ist, diese auch mit Namen zu bezeichnen.[241] Es lässt sich dann sagen: „Konsul Gnaeus redet vor dem Senat und

[240] Umgekehrt muss auch begründet werden, dass Gegenstände solcherart sind, dass auf sie Bezug genommen werden kann, unabhängig davon, welche Eigenschaften ihnen zukommen, also unabhängig davon, was der Fall ist, mithin unabhängig davon, dass bestimmte Sätze wahr oder falsch sind. Diese Begründung liefert Wittgenstein unter 2.02. Auch hier kontrastiert er die Möglichkeit der Bezugnahme mittels Beschreibung mit einer anderen Art der der Bezugnahme (vgl. 2.0201; ich lese „Aussage über Komplexe“ als alternative zu Aussage über Gegenstände, wobei „Sätze, welche die Komplexe vollständig Beschreiben“ Kennzeichnung meint). Und auch hier geht es, so meine Vermutung, um Identität. Gegenstände sind einfach heisst: Gegenstände unterscheiden sich nicht durch ihre Eigenschaften, sondern bloss dadurch, dass sie verschieden sind (vgl. 2.0233). Ebenso ist hier der Angelpunkt der Überlegung die Idee, dass es möglich sein muss, die Welt anders zu denken, als dass sie ist (vgl. 2.022). Die Möglichkeit, Gegenstände anders zu denken, als sie sind, impliziert, dass die Identität der Gegenstände für alle möglichen Welten festgesetzt ist. *Das* ist meines Erachtens der Kern der Bildtheorie des Satzes. Im Rahmen meines Doktorats, der ja auch ein zeitlicher ist, ist es mir nicht gelungen, diesen Ansatz auszuarbeiten. Neben der exegetischen Arbeit, die zu leisten wäre (und die den Wahrheitsbegriff des *Tractatus* miteinbeziehen müsste), sehe ich in systematischer Hinsicht zwei Aspekte, die mir zum Verständnis von Wittgensteins Auffassung wichtig scheinen. Zum einen den Vergleich der Erklärung von logischer Folgerung bei Wittgenstein (Satz, Enthaltensein des Sinns) mit derjenigen, wie sie Tarski und Quine vornehmen (Schema, wahr unter jeder Interpretation). Zum anderen könnte auch ein Vergleich mit Kripkes Auffassung von Identität und seinem Konzept rigider Designatoren aufschlussreich sein (vgl. Kripke 1980). (Ich denke, dass Wittgenstein mit seiner Auffassung ganz andere Absichten verfolgt als Kripke, in logischer, wie auch in philosophischer Hinsicht.)

[241] Tatsächlich brauche ich in meinem Beispiel die beiden Zeichen „der eine Konsul“ und „der andere Konsul“ als Namen. Die beiden Zeichen dienen bloss dazu, die zwei Konsuln zu unterscheiden, ohne sie zu beschreiben.

Konsul Quintus redet nicht vor dem Senat“, und so Gnaeus und Quintus bezeichnen unabhängig davon, ob die Sätze, in denen ihre Namen angewendet werden wahr oder falsch sind.[242]

In meinem Beispiel brauche ich Sätze mit Namen, um zwei Gegenstände zu unterscheiden. Nun lässt es Wittgenstein, wie erwähnt, offen, ob wir in der Umgangssprache überhaupt je Namen verwenden. Damit lässt er es auch offen, ob wir überhaupt je dazu kommen, für die Übersetzung eines Satzes in Begriffsschrift Namen zu verwenden. Warum ist auch dann die Möglichkeit, Gegenstände mit Namen zu bezeichnen, vorausgesetzt? Weil sich dann quantifizierte Sätze dadurch erklären lassen, dass sie aus Elementarsätzen gebildet sind. „(∃x)(fx)“ ist wahr, wenn es möglich ist, einen wahren Satz fx zu bilden und „(∃x,y,) (fx . fy)“ ist wahr, wenn es möglich ist, zwei wahre Sätze fx, fy zu bilden. Deshalb ist die Forderung nach der Bestimmtheit des Sinns die Forderung nach der Möglichkeit einfacher Zeichen.

In diesem Abschnitt habe ich begründet, warum gemäss Wittgensteins Verständnis die Sprache die Möglichkeit beinhaltet, Elementarsätze zu bilden. Die Sprache umfasst also mindestens Elementarsätze. Im nächsten Abschnitt lege ich dar, warum die Sprache darüber hinaus auch allgemeine Sätze umfassen muss.

[242] Namen vertreten den Gegenstand im Satz. Das heisst, sie bezeichnen den Gegenstand, unabhängig davon, was der Fall ist, und deshalb auch unabhängig davon, ob der Satz, der mit ihnen gebildet ist, wahr oder falsch ist. „Gnaeus redet vor dem Senat“ bezeichnet Gnaeus, auch wenn dieser nicht vor dem Senat redet. „Der Konsul aus dem Geschlecht der Pompeii redet vor dem Senat“ bezeichnet dagegen nichts, wenn es nicht genau einen Konsul aus dem Geschlecht der Pompeii gibt. Für die unterschiedlichen Rollen, die Namen und Kennzeichnungen je im Satz spielen, vgl. Kapitel 2.

6. 3. 3. Vollständige logische Analyse

Im vorangehenden Abschnitt habe ich dargelegt, wie Gegenstände in der Begriffsschrift unterschieden werden. Auf dieser Grundlage ist es nun möglich aufzuzeigen, was es heisst, einen Satz vollständig logisch zu analysieren. Das will ich nun zum Abschluss meiner Arbeit tun. Ein Satz ist dann vollständig logisch analysiert, wenn er von allen anderen Sätzen unterschieden ist. Insbesondere muss dann geklärt sein, ob in zwei Sätzen, in denen auf bestimmte Gegenstände Bezug genommen wird, vom gleichen Gegenstand die Rede ist oder nicht. Deshalb ergeben sich aus den Überlegungen, die ich zu Wittgensteins Verständnis zu Identität angestellt habe ein Verständnis, was die vollständige logische Analyse leistet.[243]

[243] Ich habe damit eine Interpretation des *Tractatus* entwickelt, gemäss der für Wittgenstein der Zusammenhang von Identität, Referenz und Sinn entscheidend sind. Der Sinn eines Satzes besteht in seinen Wahrheitsbedingungen: Das setzt voraus, dass sich seine Wahrheitsbedingungen bestimmen lassen. Bestimmen heisst – und das ist der springende Punkt – sie von den Wahrheitsbedingungen anderer Sätze zu unterscheiden und dabei auch aufzuzeigen, ob und wie sie ganz oder teilweise in Wahrheitsbedingungen anderer Sätze enthalten sind oder diese enthalten. Dazu muss es möglich sein, Sätze mit Namen zu bilden, das habe ich im letzten Abschnitt dargelegt. Worauf man sich beim Sprechen bezieht, ist dann geklärt, wenn klar ist, ob man sich in anderen Sätzen auf dasselbe oder auf anderes bezieht. Darin besteht Referenz. Sie ist, in gewissem Sinne, etwas der Sprache Immanentes. Oder anders gesagt: So tritt die Welt, alles was der Fall ist, in der Sprache auf: Als die Zeichen, die aufeinander bezogen sind, die von Sprechenden durch den Gebrauch aufeinander bezogen wurden. Damit habe ich einen Ansatz entwickelt, der sich von einem grossen Teil der Literatur zum *Tractatus* abhebt. Gemeinhin geht man davon aus, dass Wittgenstein durch die logische Analyse bestimmen will, welches die „einfachen Gegenstände“ sind. Es gibt zwei Thesen bezüglich der Analyse, die sich in einem grossen Teil der Wittgenstein-Literatur finden lassen: Erstens: Die Analyse ist „far reaching“, das heisst sie ist ein Prozess, der aus vielen Stufen besteht, bei dem Gegenstände in immer einfachere Bestandteile zerlegt werden, bis am Ende die einfachen Gegenstände bestimmt sind. Zweitens: Alle Satzelemente sind entweder definiert oder alle sind undefiniert. Ein Satz, der nur aus undefinierten Zeichen, Namen, zusammengesetzt ist, ist ein Elementarsatz. Definierte Zeichen können durch Namen definiert werden. Die erste These formuliert Pears beispielhaft: „For complex things would not be there to be designated unless it were true that their components were arranged in the way required for their existence. But, Wittgenstein argued, the sense of a sentence about a complex thing cannot possibly depend on the truth of another sentence about its components. So the analysis must go on down to the next level and include the further sentence in the sense of the original one, and this process must continue until all words for complexes have been replaced by genuine names standing for simple objects“ (Pears 1987, S. 27; vgl. auch S. 72 u. 82 für die Idee, dass die Analyse Stufe um Stufe weiterge-

Ich bin an verschiedenen Stellen meiner Arbeit auf die logische Analyse eingegangen und habe anhand von Beispielen erläutert, worauf es bei Analyse meines Erachtens ankommt. Ich halte hier die wichtigsten Punkte fest.

Unter einer logischen Analyse ist meines Erachtens erstens Analyse umgangssprachlicher Zeichen zu verstehen. Zweitens besteht das Ziel der Analyse darin, die umgangssprachlichen Zeichen voneinander zu unterscheiden, so dass Zeichen die zu verschiedenen Symbolen gehören, voneinander unterschieden sind. Dabei werden Zeichen nicht an sich voneinander unterschieden, sondern Zeichen in einem bestimmten Gebrauch. Es wird bestimmt, welcher Satz von einem Zeichen mit einem bestimmten Gebrauch gebildet wird. Ein Satz ist genau dann vollständig analysiert, wenn er von allen anderen Sätzen unterschieden ist. Natürlich ist der Satz, der ja bestimmte Wahrheitsbedingungen hat, in gewissem Sinne immer schon von allen anderen Sätzen unterschieden. Aber äusserlich, am Satzzeichen in seiner umgangssprachlichen Gestalt, ist er es nicht.

Die Vorstellung, eine logische Analyse würde umgangssprachliche Zeichen durch begriffsschriftliche Zeichen ersetzen, gemäss der die Begriffsschrift eine analysierte Sprache ist, ist meines Erachtens verfehlt. Wie ich in Kapitel 2 ausgeführt habe, verstehe ich unter Berufung auf Geach die Begriffsschrift als Instrument, Sätze, die in der Umgangssprache formuliert sind, voneinander gemäss der logisch-syntaktischen Kategorie, zu der sie gehören, zu unterscheiden. Es ist der Sprachgebrauch, die Anwendung der Zeichen, der diese Kategorie bestimmt. Indem der Satz von der Umgangssprache in die Begriffsschrift übersetzt wird, wird die Anwendung der umgangssprachlichen Zeichen deutlich gemacht. Dass ein deutsches Satzzeichen *so* in Begriffsschrift übersetzt wird, zeigt auf, wie es gebraucht wird.

---

trieben wird. Auch Hacker geht davon aus, dass sich die Analyse Stufe um Stufe „hinabarbeitet“, vgl. Hacker 1986 S. 24; Hacker 1996, S. 36f. Weitere Beispiele für die Vorstellung, dass die Analyse ein vielstufiger Prozess ist finden sich bei Stern 1995, vgl. Kapitel 3.1, Ricketts 1996, vgl. S. 86, McGinn 2006, S. 115.

Ein Beispiel für die zweite These liefert Hacker, der schreibt: „[Analysis] was to be conducted by analysing propositions into their constituent elementary propositions and displaying their truth-functional mode of combination, and by analysing names of complexes into an appropriate combination of simple names“ (Hacker 1996, S. 37); vgl. Auch Glock 1996, Eintrag „logical analysis“. Laut Pears werden in der Analyse Zeichen Komplexe oder zusammengesetzte Gegenstände ersetzt durch Zeichen für deren Bestandteile. Ist die Analyse abgeschlossen, sind die ursprünglichen Zeichen ersetzt worden durch echte Namen (vgl. 1987, S. 27).

Ich habe im Verlauf meiner Arbeit verschiedene Fälle besprochen, in denen es darum ging, Sätze verschiedener logisch-syntaktischer Form voneinander zu unterscheiden. Sätze, die gemäss der deutschen Grammatik zur selben syntaktischen Kategorie gehören, erweisen sich so in der logischen Analyse als zu verschiedenen Kategorien der logischen Grammatik gehörig. Sie sind also gemäss ihrer Form voneinander unterschieden. Folgendes sind Beispiele für Sätze, die zu unterschiedlichen logisch-syntaktischen Kategorien gehören.

(3) Grün ist grün.

(4a) Max ist kahlköpfig.
(4b) Der gegenwärtige König von Frankreich ist kahlköpfig.

(5a) Karl ist ein Nachbar von Franz.
(5b) Karl ist ein Nachfolger von Franz.

(3) ist ein Beispiel, mit dem sich illustrieren lässt, was es heisst, dass dasselbe Zeichen in verschiedenen Verwendungskontexten verschiedenen Bezeichnungsweisen hat. (4) und (5) sind Beispiele dafür, dass verschiedene Zeichen mit verschiedener Bezeichnungsweise äusserlich in Sätzen gleich angewendet werden. Die durch die Zeichen gebildeten Sätze unterscheiden sich durch die Art und Weise, wie in ihnen Wahrheitsbedingungen bezeichnet werden. In Kapitel 5 habe ich dargelegt, dass es drei Möglichkeiten gibt, Elementarsätze als Argumente einer Wahrheitsfunktion zu bezeichnen. Um es nochmals mit aller Deutlichkeit festzuhalten: Ohne dass das Satzzeichen in Bezug zu anderen Satzzeichen gesetzt wird, ohne Verwendungskontext, ist die logische Syntax des Zeichens und damit sein Sinn nicht bestimmt. Es ist der Gebrauch des Zeichens, mit dem festgelegt wird, welche Bezeichnungsweise es hat und, damit auch, wie im Satzzeichen Wahrheitsbedingungen bezeichnet sind. (Warum die Bezeichnungsweise eines Zeichens die Wahrheitsbedingungen bestimmt habe ich in Kapitel 2.2.2 ausgeführt.) Es ist die Explikation einer Äusserung, die ihre Wahrheitsbedingungen deutlich macht. Dass es Unterschiede der Verwendungsweise gibt, wird an den unterschiedlichen Explikationen deutlich. Dabei machen die Explikationen je andere Wahrheitsbedingungen evident. Und es ist die Übersetzung in Begriffsschrift, mit der sich das aufzeigen lässt. Das Beispiel, wie mit (3) zwei Sätze gebildet werden können habe ich im 2. Teil der Einleitung besprochen. Die unterschiedlichen Explikationen von (4) habe ich in Kapitel 2.3.2 be-

sprochen. Diejenigen von (5) in Kapitel 3.4 und 4.2. An dieser Stelle übergehe ich sie. Die Übersetzung in Begriffsschrift ist folgendermassen anzugeben:

(3a) Grün ist grün = fa

(3b) Grün ist grün = $(x)(fx \supset gx)$

(4a) Max ist kahlköpfig = ga

(4b) Der gegenwärtige König von Frankreich ist kahlköpfig

= {(ιx) (gx)}"= $(\exists x)$ (gx . fx). $\sim(\exists xy)$ (gx . gy) Def

(5a) Karl ist ein Nachbar von Franz = aFb

(5b) Karl ist ein Nachfolger von Franz = $S'^{n}(aRb)$

Dabei gilt:

$S'^{0}(aRb) = aRb$ Def.;

$S'^{1}(aRb) = (\iota x_1)\ (aRx_1\ .\ x_1Rb)$ Def.

$S'^{n+1}(aRb) = (\iota x_{n+1})\ (aRx_{n+1}.\ S'^{n}(x_{n+1}Rb))$ Def.

Die umgangssprachlichen Satzzeichen haben jeweils dieselbe syntaktische Form. Die begriffsschriftlichen Satzzeichen habe jeweils eine unterschiedliche syntaktische Form. Bei (4b) und (5b) handelt es sich um definierte Zeichen, die durch ihre Definition zerlegt werden können. Weil es sich um eine adäquate Begriffsschrift[244] handelt, ist diese auch die logisch-syntaktische Form des Zeichens.

Ich habe gesagt, dass die Begriffsschrift als Instrument dazu dient, Unterschiede der Bezeichnungsweise umgangssprachlicher Zeichen aufzuzeigen. Die Begriffsschrift zeigt aber nur demjenigen etwas, der die Bezeichnungsweisen von Zeichen bereits kennt. Die Bezeichnungsweise der begriffsschriftlichen Zeichen sind ja dieselben wie diejenige der umgangssprachlichen Zeichen mit einem bestimmten Gebrauch. Dass es hier Unterschiede der Bezeichnungsweise gibt und wie diese zu charakterisieren ist, das gilt es zuerst zu verstehen. Der

[244] Gemäss Wittgenstein ist es möglich, verschiedenen Begriffsschriften zu entwickeln. Das Kriterium dafür, ob es sich bei einer Notation um eine korrekte Begriffsschrift handelt, ist die Übersetzbarkeit aus der Umgangssprache. (Das ergibt sich aus 3.342 zusammen mit der Bemerkung, dass die Sätze der Umgangssprache logisch vollkommen geordnet sind in 5.5563.) Wenn logische Unterschiede, die sich im Gebrauch der umgangssprachlichen Satzzeichen ausdrücken werden, sich durch Übersetzung nicht an den Zeichen der Notation aufzeigen lassen, dann ist die Notation in dieser Hinsicht mangelhaft.

Unterschied zwischen der Begriffsschrift und der Umgangssprache besteht nicht darin, dass jene einen etwas erkennen lässt, das man vorher noch nicht erkannt hat. Sie ist bloss das Instrument, mit dem sich diese Erkenntnis klar darstellen lässt. (Vgl. dazu Kapitel 4.1.)

Ausgeklammert blieb bis jetzt die Frage, wie sich Satzzeichen voneinander unterscheiden lassen, die Sätze mit derselben logischen Syntax bilden, aber mit unterschiedlichem Inhalt. Damit komme ich zur Frage, was es heisst, einen Satz vollständig zu analysieren. Ich will dies an einem Bespiel erläutern. Angenommen der erste Schritt in der logischen Analyse von „Max singt" und „Marti singt" sei gemacht. Es ist bereits festgestellt, dass „Max" und „Marti" als einfache Zeichen und nicht als Kennzeichnungen verwendet werden. Es wird also in beiden Sätzen von jemandem gesagt, dass er singt, wobei er mit einem Namen im Satz vertreten wird. Wie lässt sich nun entscheiden, ob die beiden Namen denselben Gegenstand bezeichnen oder nicht? Je nachdem handelt es sich bei den beiden Äusserungen um ein und denselben Satz oder um zwei Sätze.

Nun ist nicht nur die Form, sondern auch der Inhalt eines Satzes durch seine Folgerungsbeziehungen bestimmt. Auch der Inhalt eines Satzes soll sich somit dadurch bestimmen lassen, wie das Satzzeichen gebraucht wird (vgl. 3.326). Doch zeigen sich die Unterschiede des Gebrauchs nicht in gleicher Weise wie bei Sätzen unterschiedlicher Form. Zwar gilt, dass zwei Sätze identisch sind, wenn ein Satz aus dem anderen folgt und umgekehrt (vgl. 5.141). Doch festzustellen, ob diese Folgerungsbeziehung besteht, ist in Bezug auf Sätze wie „Max singt" und „Marti singt" dasselbe wie festzustellen, ob „Max" und „Marti" denselben Gegenstand bezeichnen. Und das ist wiederum dasselbe, wie festzustellen, ob die beiden Sätze denselben Sinn haben oder nicht. Betrachtet man die Sache so, dreht man sich im Kreis.

Wie nun lässt sich entscheiden, ob in den beiden Sätzen „Max singt" und „Marti singt" von zwei Gegenständen die Rede ist oder nicht? Es lässt sich dadurch entscheiden, dass nur im ersten Fall daraus, dass Max singt und dass Marti singt folgt, dass es zwei Menschen (zwei Gegenstände) gibt, die singen. Im zweiten Fall folgt aus der Konjunktion, dass es einen Menschen gibt, der singt. Erst in ihrer Beziehung zu allgemeinen Sätzen zeigt sich an singulären Sätzen der Umgangssprache, ob sie denselben Sinn haben oder nicht. Es braucht also allgemeine Sätze, um in der Umgangssprache Elementarsätzen voneinander zu unterscheiden. Auf gleiche Weise lässt sich entscheiden, ob in Sätzen wie „Max singt" und „Max fährt Velo" von demselben Menschen die Rede ist oder nicht. Es braucht also allgemeine Sätze, um Namen überhaupt voneinander unterscheiden zu können, nicht nur in Sätzen, die denselben Ausdruck enthalten. Wittgenstein bemerkt deshalb:

5.5262 Es verändert ja die Wahr- oder Falschheit jedes Satzes etwas am allgemeinen Bau der Welt. Und der Spielraum, welcher ihrem Bau durch die Gesamtheit der Elementarsätze gelassen wird, ist eben derjenige, welchen die ganz allgemeinen Sätze begrenzen.
(Wenn ein Elementarsatz wahr ist, so ist damit doch jedenfalls ein Elementarsatz mehr wahr.)

Werden Elementarsätze in der Umgangssprache gebildet, dann ist nicht ersichtlich, ob mit zwei verschiedenen umgangssprachlichen Satzzeichen ein Satz oder zwei Sätze geäussert wurden. Ob die Welt umfassender beschrieben wird, dass der Behauptung, dass Max singt, die Behauptung angeführt wird, dass auch Marti singt, ist nicht offensichtlich. Es bleibt solange unklar bis festgesetzt ist, ob aus dieser Konjunktion folgt, dass zwei Menschen singen. In diesem Sinne begrenzen in der Umgangssprache die allgemeinen Sätze den Spielraum, der durch die Elementarsätze offengelassen wird.[245]

[245] Diese Überlegung ist das Resultat einer Diskussion mit Thomas Ricketts. Er hat mich darauf hingewiesen, dass 5.5262 für die Unterscheidung von Elementarsätzen entscheidend ist.

Schluss

Zum Schluss will ich drei Kommentare machen. Zuerst bemerke ich etwas dazu, dass ich auf Wittgensteins Bestimmung des Satzes als Bild der Wirklichkeit oder Abbild der Tatsache nicht explizit eingegangen bin. Das ist ein Kommentar dazu, wie meine Interpretation des *Tractatus* in der Rezeption dieses Werkes zu verorten ist. Dann mache ich einen etwas freieren, Kommentar zu Wittgensteins Stil, der sich, wie mir scheint, dadurch auszeichnet, dass Wittgenstein dem Ausdruck grössten Wert beimisst. Form und Inhalt gehen in seinen Texten zusammen. Schliesslich eine Bemerkung zum Konzept der Reihe, dem, wie ich in meiner Arbeit dargelegt habe, im *Tractatus* eine zentrale Stellung zukommt.

Der Satz ist ein Bild

Am Anfang meiner Forschungsarbeit stand die These, dass bereits im *Tractatus*, und nicht erst in den *Philosophischen Untersuchungen*, der Sprachgebrauch eine zentrale Rolle hat.[246] Ausgangspunkt waren mir die beiden Bemerkungen 3.326 und 3.327: „Um das Symbol am Zeichen zu erkennen, muss man auf seinen sinnvollen Gebrauch achten.“; „Das Zeichen bestimmt erst zusammen mit seiner logisch-syntaktischen Verwendung eine logische Form“. Ich habe diese zwei Erläuterungen so gedeutet, dass die logischen Beziehungen, in denen jeder

[246] In der Standard-Lesart geht man davon aus, dass dem Sprachgebrauch im *Tractatus* nur eine untergeordnete Rolle zukommt. Er wird nicht konstitutiv für die Bedeutung der Sätze angesehen. *Vgl*. die Einträge zu „meaning“ und „use“ in: Glock 1996b; vgl. auch Hacker, 1972. Vgl. auch neuere Darstellungen des *Tractatus*, in dem der Begriffs des Gebrauchs gar keine Rolle spielt, so: White, 2006; Frascolla, 2007.
Dagegen hat Ishiguro bereits darauf aufmerksam gemacht, dass schon im *Tractatus* der Sprachgebrauch eine wichtige Rolle spielt und dafür argumentiert, dass Wittgenstein in seinem Spätwerk diesen Begriff weiterentwickelt und konkretisiert, vgl. Ishiguro, 1969. Ihre Argumentation ist von McGinn wieder aufgenommen worden, vgl. McGinn 2006. Allerdings haben sowohl Ishiguro als auch McGinn dabei nur die syntaktische Komponente des sinnvollen Gebrauchs von Namen zur Bildung von Sätzen im Blick.
Diamond schliesslich gibt der Bemerkung, dass ein Zeichen dann bedeutungslos ist, wenn es nicht gebraucht wird, grosses Gewicht (vgl. 3.328). Sie entwickelt daraus ihre Interpretation, dass sich ein Verständnis der Sprache ganz aus einer Betrachtung des Sprachgebrauches erschliessen muss. Dabei fasst sie den *Tractatus* selbst als exemplarisches Beispiel eines Philosophierens auf, bei dem bestimmte Termini nicht gebraucht werden, weshalb die „Sätze des *Tractatus*“ ihrer Ansicht nach unsinnig sind. Vgl. Diamond 1988, 2005 und 2012; vgl. auch mein Kapitel 3.2.

sinnvolle Satz steht, darin gründen, dass wir beim Sprechen Zeichen in Beziehung zueinander setzen. Der Sinn eines Satzes entfaltet sich erst dadurch, dass wir sein Zeichen in Beziehung zu anderen Satzzeichen setzen. Erst dann werden die Wahrheitsbedingungen des Satzes deutlich, weil erst im Geflecht weiterer Sätze kenntlich wird, worauf wir uns mit einer Behauptung festlegen und worauf nicht.

Ausgehend von diesem Anfangspunkt bin ich zum einen der Frage nachgegangen, wie die logische Analyse, in der der Sinn eines Satzes, seine Wahrheitsbedingungen, bestimmt wird, mit der Notation des Satzes in Begriffsschrift zusammenhängt. Ich habe aufgezeigt, wie Wittgenstein sich in seiner Auffassung der Begriffsschrift an Frege (Unterscheidung zwischen Name und Begriff) und an Russell (Unterscheidung zwischen undefinierten und definierten Zeichen) orientiert.

Zum beantwortete ich die Frage, welche Rolle in Wittgensteins Erklärung des Satzes, die allgemeine Satzform spielt, und wie das Zeichen für die allgemeine Satzform, das Wittgenstein in 6 angibt, zu deuten ist. Hier ist die Feststellung wichtig, dass Wittgenstein Variablen als Zeichen deutet, mit denen sich Gemeinsamkeiten von Sätzen bezeichnen lassen. Mit ihnen lassen sich deshalb Satzklassen und Satzreihen definieren.

Einen Aspekt in Wittgensteins Erklärung des Satzes, nämlich den, dass der Satz ein Bild der Tatsache sei, deren bestehen mit ihm behauptet wird, habe ich nicht explizit besprochen. Damit habe ich gerade denjenigen Aspekt nicht systematisch thematisiert, der sonst beim Interpretieren des *Tractatus* oft ins Zentrum gerückt wird.[247] Der Grund dafür ist nicht etwa der, dass ich glaubte, Wittgensteins Bestimmung von Sätzen als logische Bilder oder Modelle der Wirklichkeit habe im *Tractatus* selbst keinen Bestand. Eine solche Auffassung vertreten z.B. die resoluten Leser des *Tractatus*, die behaupten, es handle sich dabei um eine im metaphysischen verhaftete Redeweise, die im Fortgang des Werkes überwunden werde.[248] Ich bin vielmehr der Ansicht, dass sich die Redeweise, die Wittgenstein am Anfang wählt, im Fortgang des Buches klärt. Was mit Bild gemeint ist, wird dadurch, dass Sätze zuerst als Bilder, dann als Ausdruck ihrer Wahrheitsbedingungen und schliesslich als Wahrheitsfunktionen erläutert werden, geklärt. Dabei überführt Wittgenstein das Reden über Bilder in ein Reden über formale Begriffe, das habe ich in Kapitel 3 besprochen. Wie logische Bilder funktionieren, wird erst verständlich, wenn klar ist, was die allgemeinste Satzform ist. Auch Wittgensteins Be-

[247] Vgl. z.B. Anscombe, 1967 (Anscombe legt den Fokus auf die Begründung der These, dass es Elementarsätze geben müsse, wobei diese Bilder seien); Black, 1964; Stenius 1964; McGinn 2006; Frascolla 2007, Glock 2014.

[248] Vgl. Diamond, 1988; Conant, 2001; Goldfarb 2011.

merkungen über Gegenstände wird erst zusammen mit seinen Erläuterungen der Namen und seiner Auffassung der Identität klar. In meiner Arbeit habe ich in Kapitel 6 in Ansätzen dargelegt, wie meines Erachtens diese Klärung aussehen muss, (vgl. insbesondere Anm. 238 und 240). Wie ich dort bereits erwähnt habe, gründet vermutlich Wittgensteins Konzeption des Satzes als Bild in seinem Verständnis von Wahrheit, (vgl. dazu auch Anm. 162). Der Grund dafür, dass ich die sogenannte Bildtheorie in meiner Arbeit ausgeklammert habe, liegt schlicht darin, dass dies im Rahmen meiner Dissertation nicht zu leisten wahr. Ich habe stattdessen den Schwerpunkt auf Wittgensteins Logikauffassung gelegt, insbesondere, welche Rolle Definitionen und damit Rekursion in seiner Logik spielen und die Frage beantwortet, was die allgemeinste Satzform diesbezüglich leistet.

Schliesslich noch ein Hinweis, der mich zu meinem zweiten Kommentar überleitet: Wenn Wittgenstein Sätze Bilder nennt, dann klingt darin auch an, dass Sätze aus Zeichen gebildet sind. Damit scheint in der Dimension des Abbildens, die für Wittgenstein beinhaltet, dass wir am Satz selbst sehen können, was der Fall ist, wenn er wahr ist, eine weitere Dimension auf. Dies ist die Dimension der zu bildenden Zeichensprache, der logischen Notation. In der Logik geht es für Wittgenstein darum, Zeichensprachen zu bilden, an denen sich die logischen Eigenschaften des Satzes aufzeigen lassen. Diese Spielerei mit Worten wird von Wittgenstein sehr bewusst betrieben. Anders gesagt, er wählt die Begriffe, mit denen er Philosophie betreibt, bewusst so, dass in ihnen jeweils mehrere Gedankenlinien zusammenlaufen.

Zur Mehrdeutigkeit in Wittgensteins Terminologie

Wittgenstein bedient sich einer eigentümlichen Zwei- oder Mehrdeutigkeit in seinen Texten. Die „Sätze“ des *Tractatus* sind keine Sätze im logischen Sinn, interne Begriffe sind keine Begriffe usw. Was geht hier vor? Welches Spiel treibt Wittgenstein? Kritisiert er doch die Philosophie dafür, in sprachliche Fallen zu tappen, die aus genau solchen Mehrdeutigkeiten gebaut sind.

Philosophische Probleme gründen in Mehrdeutigkeiten, mit denen die Umgangssprache behaftet ist. Doch sie sind nicht der Beschränktheit der Sprecher geschuldet oder ihrer mangelnden Sorgfalt. Noch sind sie es dem Umstand, dass es keine Rolle spielt, ob wir das gleiche Wort zu verschiedenen Zwecken gebrauchen, ihm ganz unterschiedliche logische Funktionen geben können, so lange wir nicht philosophisch werden. Die Philosophin lässt sich von einer äusserlichen Betrachtungsweise der Sprache in die Irre führen, darauf bin ich im Laufe meiner Dissertation immer wieder zu sprechen gekommen. Aber das, was sie dabei sieht, ist äusserlich bloss von einem logischen Standpunkt. Vom logischen Standpunkt gesehen können wir beliebig Zeichen durch andere ersetzen und für logische Zwecke ist es förderlich, statt der mehrdeutigen umgangssprachlichen Zeichen mehrere eindeutige begriffsschriftliche Zeichen zu verwenden. Ein solches Ersetzen ist möglich, weil das Zeichen dem Symbol äusserlich ist und seine Wahl auf Konvention beruht. Damit ist aber nicht gemeint, dass die Wahl willkürlich ist. Gemeint ist: Die Zeichenwahl dient in der Umgangssprache anderen Zwecken als dem, den Mechanismus der Sprache erkennbar zu machen. Wobei hier der Mechanismus die logischen Beziehungen zwischen den Sätzen sind, die den Sprachgebrauch regeln (vgl. 4.002). Solange wir uns von der Sprache nicht verhexen[249] lassen, brauchen wir die Worte mit traumwandlerischer Sicherheit. Wir sind imstande, unsere Sprache zu verwenden, so wie wir uns unserer Glieder bedienen. Wir brauchen dazu weder den Mechanismus des Körpers noch den der Sprache (des Denkens) zu kennen. Diese Beobachtung liesse sich in zwei Richtungen weiter entwickeln.

Auch mit der „äusserlichen" Wahl der Worte stellen wir Bezüge her. Ein Text ist nicht nur ein Geflecht logischer Bezüge, sondern es entspannt sich darin auch ein Netz aus Bezügen, die man vielleicht psychologische nennen könnte (systematisch geht ihnen Wittgenstein in der *Philosophie der Psychologie* nach, vgl. Wittgenstein 2009.) Diese Bezüge schöpfen sich gerade aus der Mehrdeutigkeit der Sprache. Mit *dieser* Funktion der Sprache lassen wir, indem wir von etwas reden, immer auch anderes anklingen oder aufschimmern. Die Wahl des Kleides, in das Wittgenstein seine Gedanken hüllt, ist ihm selbst alles andere als nebensächlich. Gerade auch der Begriff „Ausdruck" ist im *Tractatus* solch ein mehrdeutiger Begriff, der auf zwei Ebenen spielt: Der logischen (der Satz als Ausdruck des Gedankens, als Ausdruck seiner Wahrheitsbedingungen) aber auch der mystischen (das Werk als Ausdruck seines Autors, der darin präsent ist, ohne dass es von ihm spricht, vgl. Schluss von Teil 3 meiner Einleitung). Dies ist sozusagen die positive Kraft der Sprache: Dank der ihr inhärenten Mehrdeutigkeit ist die Sprache assoziativ. Kreativ mit Sprache spielend, teilen wir uns immer auf mehreren Ebenen mit.

Die Mehrdeutigkeit ist also ein zweischneidiges Schwert. Explizit beschäftigt sich Wittgenstein im *Tractatus* mit dem problematischen Aspekt der Mehrdeutigkeit, die zu philosophischen Problemen Anlass gibt. Nun tut er dies aber auf eigentümliche Weise mit einer Terminologie, die gerade mehrdeutig ist. „Interne Relation", oder „interner Begriff" sind Paradebeispiele dafür, bezeichnen sie ja gerade nicht Relationen oder Begriffe. Doch auch Frege und

[249] Vgl. PU § 109: „Die Probleme werden gelöst, nicht durch Beibringen neuer Erfahrung, sondern durch Zusammenstellung des längst Bekannten. Die Philosophie ist ein Kampf gegen die Verhexung unseres Verstandes durch die Mittel unserer Sprache."

Russel verwechseln in ihrer Analyse diese Zeichen mit eigentlichen Relationen und Begriffen. Mit seiner Terminologie macht Wittgenstein also die sprachlichen Knoten, die er löst, zugleich sichtbar.

Das Konzept der Reihe in Wittgensteins Philosophie

Wittgenstein thematisiert den Sprachgebrauch im *Tractatus* in einem engen Rahmen, nämlich inwiefern wir Zeichen brauchen, um Sätze zu bilden, wobei er eben Sätze als Aussagen auffasst. Das ist weit entfernt davon, wie Wittgenstein den Sprachgebrauch in den Philosophischen Untersuchungen thematisiert, von seinem späteren Interesse an den unzähligen Formen von Sprachspielen. Allerdings gibt es meines Erachtens eine wichtige Kontinuität und das ist die Erkenntnis, dass wir beim Sprechen nach Mustern vorgehen oder dass sich in unserem Reden Muster zeigen und sich diese Muster in einem philosophischen Werk darstellen lassen. Das spielt nun wieder auf zwei Ebenen. Einerseits untersucht Wittgenstein sprachliche Muster und versucht, die Aufmerksamkeit des Lesers auf diese zu lenken. Er betreibt also Sprachphilosophie. Auf einer anderen Ebene ist sich Wittgenstein als Autor sehr bewusst, dass er mit seinem Buch selbst an einem sprachlichen Muster webt. Sein Text handelt zwar von allgemeinen sprachlichen Mustern und untersucht, wie im Allgemeinen Menschen sich ausdrücken. Zugleich drückt sich Wittgenstein selbst in seinem Text aus. Dieser gibt Zeugnis von dem Menschen Wittgenstein, ist ein Muster seines Lebens, wenn man so will. Wittgenstein verfolgt beim Schreiben deshalb immer auch ein ästhetisches und ein ethisches Ziel. Sein Ringen um den richtigen Ausdruck lässt sich also auf verschiedenen Ebenen verstehen.

Bei Mustern geht es darum, Reihen zu bilden. Im *Tractatus* hat Wittgenstein diese Idee formal gefasst. Rekursiv Reihen nach bestimmten Gesetzen zu bilden erachtet er als ebenso entscheidend für die Logik wie für die Arithmetik. Er entwickelt mit dem Zeichen für Variablen des zweiten Typs eine Notation, mit der sich rekursive Reihen formal bestimmen lassen. Bereits im *Tractatus* spielt Wittgenstein aber mit dieser Konzeption. Er gestaltet den Text als eine akribisch durchdachte Abfolge von Sätzen und wiederholt damit das Thema der Reihenbildung in einer ästhetischen Dimension. Ich erachte dabei diese Dopplung als typisch für Wittgensteins Philosophie: Zum einen stellt Wittgenstein heraus, dass das Reihenbilden grundlegend ist für unsere Fähigkeit zu sprechen und zu denken. Zum anderen spielt er zugleich mit dem Motiv der Reihe. Er verleiht damit seinem Text eine ästhetische Qualität die für ihn ein wesentlicher Bestandteil seines Werkes ist.

Die These, dass Wittgensteins Philosophie immer wieder ums Reihenbilden kreist, möchte ich mit zwei Beispielen aus seiner späteren Philosophie plausibel machen. Da gibt es zum einen die Idee, dass man durch das Aneinanderreihen von Beispielen zu einem Thema auf charakteristische Züge dieses Themas aufmerksam machen kann. Diese Idee legt Wittgenstein im Vortrag über Ethik dar, den er in Cambridge Ende 1929 gehalten hat, zum Zeitpunkt also, als er nach einer 10-jährigen Schaffenspause zur Philosophie zurückkehrt. Er sagt darin, dass er über die Ethik reden will, „[...] um so hoffentlich dazu beizutragen, Klarheit in Ihre Gedanken über das Thema zu bringen [...]“ (Wittgenstein, 1995, S. 10). Wie er das erreichen will, erklärt er so: „[Ich] werde Ihnen eine Reihe mehr oder weniger synonymer Ausdrücke vorlegen [...], und durch ihre Aufzählung möchte ich einen Effekt der gleichen Art erzielen wie Galton, als er dieselbe Platte mit den Aufnahmen verschiedener Gesichter belichtete, um so das Bild der typischen, allen gemeinsamen Merkmale zu erhalten. Und ebenso, wie ich durch Vorführen einer solchen Kollektivphotographie deutlich machen könnte, wie etwa das typische Chinesengesicht aussieht, so werden Sie durch Betrachtung der vorgelegten Synonymreihen hoffentlich imstande sein, die charakteristischen Merkmale zu erkennen, die allen diesen Ausdrücken gemein sind, und dies sind eben die charakteristischen Merkmale der Ethik.“ (ebenda). Indem Wittgenstein Beispiele, in denen es um Ethik geht, aneinanderreiht, will er seine Hörer auf die charakteristischen Merkmale des Ethischen aufmerksam machen. Dabei scheint das Ethische für ihn eine Einheit zu sein, die durch ein charakteristisches Merkmal konstituiert wird. (Ähnlich also wie die logische Form des Satzes im *Tractatus.*) In den Philosophischen Untersuchungen gibt es keine solche Einheit des untersuchten Gegenstandes mehr. Bestehen aber bleibt die Idee, dass sich charakteristische Züge dadurch zeigen lassen, dass man eine Reihe von Beispielen gibt. Dafür prägt Wittgenstein den Begriff der Familienähnlichkeit. Vgl. *Philosophische Untersuchungen* §§ 66 und 67:

66. „Betrachte z. B. einmal die Vorgänge, die wir ‚Spiele’ nennen. Ich meine Brettspiele, Kartenspiele, Ballspiele, Kampfspiele, u.s.w. Was ist allen diesen gemeinsam? – Sag nicht: ‚Es muss ihnen etwas gemeinsam sein, sonst hiessen sie nicht ‘Spiele’’ – sondern schau, ob ihnen allen etwas gemeinsam ist. – Denn, wenn du sie anschaust, wirst du zwar nicht etwas sehen, was allen gemeinsam wäre, aber du wirst Ähnlichkeiten, Verwandtschaften, sehen, und zwar eine ganze Reihe. [...] Und so können wir durch die vielen, vielen anderen Gruppen von Spielen gehen. Ähnlichkeiten auftauchen und verschwinden sehen.

Und das Ergebnis dieser Betrachtung lautet nun: Wir sehen ein kompliziertes Netz von Ähnlichkeiten, die einander übergreifen und kreuzen. Ähnlichkeiten im Grossen und Kleinen.“

67. „Ich kann diese Ähnlichkeiten nicht besser charakterisieren, als durch das Wort Familienähnlichkeiten”; denn so übergreifen und kreuzen sich die verschiedenen Ähnlichkeiten, die zwischen den Gliedern einer Familie bestehen: Wuchs, Gesichtszüge, Augenfarbe, Gang, Temperament, etc. etc. – Und ich werde sagen: die ‘Spiele’ bilden eine Familie.

Und ebenso bilden z. B. die Zahlenarten eine Familie. [...]“

Zweitens der ganz allgemeine und nicht weiter entwickelte Hinweis, dass Wittgenstein damit, dass er der Rekursion im *Tractatus* ein so grosses Gewicht gibt, das Thema des Regelfolgens vorwegnimmt. In seiner Spätphilosophie erachtet Wittgenstein die Fähigkeit, Muster zu erkennen und Reihen fortzusetzen als grundlegend für Verstehen und Meinen.

Bibliographie

Anscombe G.E.M (1967): *An Introduction to Wittgenstein's Tractatus,* (3.Auflage). London, Hutchinson & Co.

Baker, Gordon & P.M.S Hacker (1985): *Wittgenstein, Rules, Grammar and Necessitiy, an Analytical Commentary on the Philosophical Investigations,* Vol. 2, Oxford, Blackwell.

Biletzki, Anat (2003): *(Over)interpreting Wittgenstein*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

Black, Max (1964): *A Companion to Wittgenstein's „Tractatus"*. Cambridge, University Press.

Carnap, Rudolf (1930): „Die Mathematik als Zweig der Logik". In: *Blätter für deutsche Philosophie*, 4, S. 298–310.

––– (1937): *The Logical Syntax of Language*. London, Kegan Paul.

––– (1993): *Mein Weg in die Philosophie*. Stuttgart, Philipp Reclam jun.

Conant, James (2001): „Two Conceptions of *Die Überwindung der Metaphysik*. Carnap and Early Wittgenstein". In McCarthy, Timothy and Sean C. Stidd: *Wittgenstein in America*. Clarendon Press, Oxford. S. 13–61.

Copi, Irving M (1966): „Objects, Properties, and Relations in the ‚Tractatus'". In Copi, Irving M. & Robert W. Beard (Hgs.): Essays on Wittgenstein's *Tractatus*. London, Routlege, S. 167–186.

Diamond, Cora (1988): „Throwing Away the ladder". In: *Philosophy,* Vol. 63. No. 243, S. 5–27.

––– (2002): „Truth before Tarski". In Reck, Erich H. (Hg.): *From Frege to Wittgenstein. Perspectives on Early Analytic Philosophy*. S. 252–279.

––– (2005): „Logical Syntax in Wittgenstein's *Tractatus*". In: *The Philosophical Quaterly,* Vol. 55, No. 218, S. 78–87.

––– (2010): „Inheriting from Frege: the work of reception, as Wittgenstein did it." In Potter, Michael & Thomas Ricketts (Hg.): *The Cambridge Companion to Frege*. Cambridge, University Press, S. 550–602.

––– (2012): „What Can You Do with the General Propositional Form?". In Zalabrado, José L (Hg.): *Wittgenstein's Early Philosophy*. Oxford, University Press, S. 151–194.

Dummett, Michael (1959): „Frege's Philosophy of Mathematics" In: *The Philosophical Review,* Vol. LXVIII, S. 324–348.

––– (1981): *Frege. Philosophy of Language*. London, Duckworth.

—— (1991): *Frege. Philosophy of Mathematics*. London, Duckworth.
——(1992): *Ursprünge der analytischen Philosophie*. Frankfurt am Main, Suhrkamp.
Ferreiros, Jose (2001): „The Road to Modern Logic – An Interpretation“. In: *The Bulletin of Symbolic Logic*. Vol. 7, No 4. S. 441–484.
Floyd, Juliet (2002): „Number and Ascriptions of Number in *Wittgenstein's Tractatus*“. In Reck, Erich H. *From Frege to Wittgentsein: perspectives on early analytic philosophy*. S. 308–352.
Fogelin, Robert J. (1976): *Wittgenstein*. London, Routlege & Kegan Paul.
—— (1983): “Wittgenstein on Identity“. In: *Synthese*, 56 (2), 141–154.
Frascolla, Pasquale (1997): “The *Tractatus* System of Arithmetic“. In: Synthese,112, S. 353–378.
—— (2007): *Understanding Wittgenstein's Tractatus*. New York, Routledge.
Frege, Gottlob (1879): *Begriffsschrift. Eine der Arithmetischen Nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens.* In Agnelli, Ignacio: *Begriffsschrift und andere Aufsätze.* Hildesheim, Georg Olms Verlag: 1988.
—— (1884): *Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*. Breslau, Wilhelm Koebner.
—— (1885): „Über formale Theorien der Arithmetik“. In Agnelli, Ignacio: *Kleine Schriften*. Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: 1967, S. 103–112.
—— (1891): „Function und Begriff“. In Agnelli, Ignacio: *Kleine Schriften*. Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: 1967, S., 125–143.
—— (1892): „Über Sinn und Bedeutung“. In Agnelli, Ignacio: *Kleine Schriften*. Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: 1967, S. 143–162
—— (1962): *Grundgesetze der Arithmetik: begriffsschriftlich abgeleitet*. Hildesheim, Olms.
—— (1988): „Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift“. In Agnelli, Ignacio: *Begriffsschrift und andere Aufsätze.* Hildesheim, Georg Olms Verlag, S. 106–116.
—— (1976): *Wissenschaftlicher Briefwechsel*. Gabriel, Gottfried (et al.) (Hg.). Hamburg, Meiner.
—— (1983): *Nachgelassene Schriften und wissenschaftlicher Briefwechsel*. Hermes, Hans (et al.) (Hg.). Hamburg, Meiner.
Frey, Adrian (2018) *Die Idee einer Metalogik: Carnaps Weg vom Logizismus zur Logischen Syntax*. Doktorarbeit; Universität Zürich.
Geach, Peter (1963): „Tractatus Logico-Philosophicus. In: *Philosophical Review*. Vol. 7 (2), S. 264–265.

—— (1976): „Saying and Showing in Frege and Wittgenstein“. In Hintikka, Jaakko (Hg.): *Acta Philosophica Fennica*. Vol. XXVIII. Amsterdam, North Holland Publishing.
—— (1981): ‘Wittgensteins’ Operator N“. In: *Analysis*, Vol 41, No. 4, S. 168–171.
Glock, Hans-Johann (1996a): „Necessity and normativity“. In Sluga, Hans & David Stern (Hg): *The Cambridge Companion to Wittgenstein*. S. 198–225.
—— (1996b): *A Wittgenstein Dictionary*. Oxford, Blackwell.
—— (1997) „Kant and Wittgenstein: Philosophy, necessity and representation“. In: *International Journal of Philosophical Studies*, 5:2, 285-305
—— (2001): „Sense and Meaning in Frege and the *Tractatus*“. In Oliveri Gianluigi (Hg.): *From the ‚Tractatus' to the ‚Tractatus' and Other Essays*. Frankfurt a. M., Peter Lang, S. 53–68.
—— (2004): „All Kinds of Nonsense“. In: Ammereller, Erich & Eugen Fisher: *Wittgenstein at work: method in the Philosophical investigations*. London, Routlege, S. 221–245.
—— (2005): „Ludwig Wittgenstein: *Tractatus Logico-Philosophicus*“. In Shand, John: *Central Works of Philosophy Volume 4. The twentieth Century: Moore to Popper*. London, Routledge, S. 71–92.
—— (2006): „Truth in the *Tractatus*“. In: *Synthese*. Vol 148, No. 2, S. 345–368.
—— (2013): „Judgement and Truth in the Early Wittgenstein“. In Textor, Marc *Judgement and Truth in Early Analytic Philosophy*. Basingstoke, Palgrave Macmillan.
—— (2014): „Ludwig Wittgenstein: Tractatus Logico-Philosophicus“. In Shand, John (Hg.): *Central Works of Philosophy*; Vol. 4: *Twentieth Century: Moore to Popp*er. London, Routledge.
Gödel, Kurt (1931): „Über formal unentscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandter Systeme I“. In: *Monatshefte für Mathematik und Physik* 38.1, S. 173–198.
Goldfarb, Warren (1997): „Metaphysics and Nonsense: On Cora Diamond's *The Realistic Spirit*. In: *Journal of Philosophical Research*. Vol. XXII, S. 57–73.
—— (2003): *Deductive Logic*. Indianapolis, Hackett Publishing Company.
—— (2010): „Frege's conception of logic“. In Potter, Michael & Thomas Ricketts (Hg.): *The Cambridge Companion to Frege*. Cambridge, University Press, S. 63–85.
—— (2011): „Das Überwinden. Anti-Metaphysical Readings of the *Tractatus*“. In Read, Ruperd and Matthew Lavery, (Hg.): *Beyond the Tractatus Wars: the New Wittgenstein Debate*. New York, Routledge, S. 6–21.

—— (2018): „Wittgenstein against Logicism“. In E. Reck, (Hg.): *Logic, Philosophy of Mathematics and their History: Essays in Honor W.W. Tait*. London, College Publications, S. 171–183.

Hacker, P.M.S (1986): *Insight and Illusion* (revised edition). Oxford, Clarendon Press.

—— (1996): *Wittgenstein's Place in Twentieth Century Analytic Philosophy*. Oxford, Blackwell Publisher.

—— (1999): „Naming, Thinking and Meaning in the *Tractatus*. In: *Philosophical Investiagtions*, 22:2, April 1999, S. 119–135.

—— (2001a): „Philosophy“. In Glock, Hans-Johann: *Wittgenstein: A Critical Reader*. Oxford, Blackwell Publishers, S.322–348.

—— (2001b): „Was he Trying to Whistle it?“. In Crary, A. M. & R. Read (Hg.): *The New Wittgenstein*. London: Routledge.

—— (2003): „Wittgenstein, Carnap and the New American Wittgensteinians“. In: *The Philosophical Quaterly*, Vol. 53, No. 210, S. 1–23.

Hintikka, Jaakko (1956): „Identity, Variables, and Impredicative Definitions“. In: *The Journal of Symbolic Logic*. Vol. 21, No. 3, S. 225–245.

—— (1996): „Die Wende der Philosophie: Wittgenstein's New Logic of 1928“. In: *Ludwig Wittgenstein: Half-Truths and One-and-a-Half-Truths*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, S. 79–107.

Hintikka, Merril B. & Jaakko Hintikka (1986): *Investigating Wittgenstein*. Oxford, Basil Blackwell.

Hylton, Peter (2005): *Propositions, Functions, and Analysis. Selected Essays on Russell's Philosophy.* Oxford, University Press.

Van Heijenoort, Jean (1967): *From Frege to Gödel.* Cambridge (MA), Harvard University Press.

—— (1976): „Logic as Calculus and Logic as Language“. In: *Synthese*, Vol. 17, No 3, S. 324–330.

Ishiguro, Hidé (1969): „Use and Reference of Names“. In: Winch, Peter (Hg.): *Studies in the Philosophy of Wittgenstein*. London, Routledge & Kegan, S. 20–50.

—— (1981): „Wittgenstein and the Theory of Types“. In Block, Irving (Hg.): *Perspectives on the Philosophy of Wittgenstein*. London, Blackwell. S. 43–60

—— (2001): „The So-called Picture Theory: Language and the World in *Tractatus Logico-Philosophicus*“. In Glock, Hans-Johann: *Wittgenstein, A Critical Reader*. Oxford, Blackwell Publishers.

Jolley, Kelly Dean (2004): „Logic's Caretaker – Wittgenstein, Logic, and the Vanishement of Russell's Paradox". In: *The Philosophical Forum*. Vol. XXXV, No. 3, S. 281–309.

Kant, Immanuel (2000): *Kritik der reinen Vernunft*. Frankfurt am Main, Suhrkamp.

Keicher, Peter, (2012): „Bemerkungen zu Wittgensteins ‚Prototractatus'". In Weiss, Martin G. & Hajo Greif (Hg.): *Ethik –Gesellschaft – Politik. Beiträge des 35. Internationalen Wittgenstein Symposiums*. Neulengbach, Eigner Druck, S. 140–144.

—— (1993): „Variablen im *Tractatus*". In: *Erkenntnis*, Vol. 39, No. 1, S. 79–100.

Kremer, Michael (1992): „The Multiplicity of General Propositions". In: *Noûs*, Vol. 26, No. 4 (Dec., 1992), S. 409–426.

—— (1997): „Contextualism and Holism in the Early Wittgenstein: Form. *Prototractatus* to *Tractatus*". In: *Philosophical Topics*. Vol. 25.2, S. 87–120.

—— (2012): „Russell's Merit". In Zalabrado, José L.: *Wittgenstein's Early Philosophy*. S. 195–241.

—— (2010): „Sense and reference. The origins and development of the distinction". In Potter, Michael & Ricketts, Thomas (Hg.): *The Cambridge Companion to Frege*, Cambridge, University Press. S. 220–292.

Kripke, Saul (1980): *Naming and Necessity*, Cambridge (MA), Harvard University Press.

Künne, Wolfgang (2010): *Die Philosophische Logik Gottlob Freges. Ein Kommentar*. Frankfurt a. M., Klostermann.

Landini, Gregory (2010): „Wittgenstein reads Russell". In Kuusela, Oskari & Marie, McGuinn: *The Oxford Handbook of Wittgenstein.* Oxford, University Press, S. 27 –60.

Marion, Mathieu (1998): *Wittgenstein, Finitism, and the Foundations of Mathematics*. Oxford, Clarendon Press.

—— (2008): „Brouwer on 'Hypotheses' and the Middle Wittgenstein". In Van Atten, M. et al. (Hg.): *One Hundred Years of Intuitionism (1907–2007)*. Basel, Birkhäuser, S. 98–114.

McGinn, Marie (2006): *Elucidating the „Tractatus". Wittgenstein's Early Philosophy of Logic and Language*. Oxford, Clarendon Press.

McGuinness, Brian (2002): *Approaches to Wittgenstein. Collected papers*. London, Routledge.

—— (2005): *Young Wittgenstein. Wittgenstein's life, 1889–1921*. Oxford, Calendron Press.

—— (Hrsg.) (2008): *Wittgenstein in Cambridge. Letters and Documents 1911–1951*. Malden, Blackwell.

McGuinness, Brian & Joachim Schulte (1989): „Einleitung der Herausgeber". In: Wittgenstein, Ludwig (1989), S. VII–XXVI.

Mühlhölzer, Felix (2010*): Braucht die Mathematik eine Grundlegung?: Ein Kommentar des Teils III von Wittgensteins Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*. Frankfurt am Main, Klostermann.

Grattan-Guinness, Ivor (2000): *The Search for Mathematical Roots, 1870–1940. Logic, Set Theories and the Foundations of Mathematics from Cantor through Russell to Gödel*. Princeton, University Press.

Pears, David (1987): *The False Prison. A Study oft he Development of Wittgenstein's Philosophy* Vol. 1. Oxford, Clarendon Press.

Potter, Michael (2000): *Reason's Nearest Kin*. Oxford, University Press.

–– (2009): *Wittgenstein's Notes on Logic*. Oxford, University Press.

Potter, Michael & Thomas Ricketts (2010): *The Cambridge Companion to Frege*. Cambridge, University Press.

Quine, Willard V. O. (1953): *From a Logical Point of View.* Cambridge (MA), Harvard University Press.

—— (1960): *Word and Object.* Cambridge (MA), The MIT Press.

–– (1969): *Set Theory and its Logic*. Cambridge, Belknap Press.

–– (1986): *Philosophy of Logic*. Cambridge (MA), Harvard University Press.

Ramsey, Frank. P. (1978): *Foundations. Essays in Philosophy, Logic, Mathematics and Economics*. London, Routledge & Kegan Paul.

Reck, Erich H. (2002): *From Frege to Wittgenstein*. *Perspectives on Early Analytic Philosophy.* Oxford, University Press.

Ricketts, Thomas (1996): „Pictures, Logic and Sense in the *Tractatus*". In: Sluga, Hans & David Stern: *The Cambridge Companion to Wittgenstein*. Cambridge (MA), University Press, S. 59–99.

–– (2002): „Wittgenstein against Frege and Russell". In Reck, Erich H. (Hg.) *From Frege to Wittgentsein: perspectives on early analytic philosophy*. S. 227–251.

–– (2005) „Generality, Meaning, and Sense in Frege". In Beaney, Michael & Erich H. Reck (Hg): *Gottlob Frege. Critical Assessements of Leading Philosophers*, Vol. VI. London, Routlege, S. 13–36.

–– (2007): „Tolerance and Logicism: Logical Syntax and the Philosophy of Mathematics". In Friedman Michael & Richard Creath (Hg.) *The Cambridge Companion to Carnap*. Cambridge, University Press, S. 200-225.

–– (2010): „Concepts, objects and the Context Principle". In Potter, Michael & Ricketts, Thomas: (Hg.) *The Cambridge Companion to Frege*. S. 149–219.

—— (2013): „Logical Segmentation and Generality in Wittgenstein's *Tractatus*." In: Sullivan, Peter & Michael Potter: *Wittgenstein's Tractatus*. *History and Interpretation*, Oxford, University Press.

—— (2014): „Analysis, Independence, Simplicity, and the General Sentence Form". In: *Philosophical Topics*, Vol. 42.2; S. 263–288.

Rogers, Brian & Kai Wehmeier (2012): „Tractarian First-Order Logic: Identity and the N Operator". In: *The Review of Symbolic Logic*, S. 538–573.

Russell, Bertrand (1908): „Mathematical Logic as Based on the Theory of Types". In: *American Journal of Mathematics*, Vol. 30, No. 3, S. 222–262.

—— (1919): *Introduction to Mathematical Philosophy*. London, George Allen and Unwind Ltd.

—— (1984): *Theory of Knowledge: The 1913 Manuscript*. Hrsg. von Ramsden Eames, Elisabeth & Kenneth Blackwell. (Vol. 7, The collected papers of Bertrand Russell). London, Allen and Unwin.

Russell, Bertrand & Alfred N. Whitehead (1925): *Principia Mathematica*, Vol. 1. Cambridge, University Press.

Sheffer, Henry Maurice (1913): „A set of five independent postulates for Boolean algebras, with application to logical constants. In: *Transactions of the American mathematical Society*, Vol. 14, S. 481–488.

Shanker, Stuart (1987): *Wittgenstein and the Turning-Point in the Philosophy of Mathematics*. London Sidney, Croom Helm.

Sluga, Hans (1996): „Ludwig Wittgenstein: Life and work. An introduction". In Sluga, Hans & David G. Stern (Hg): *The Cambridge Companion to Wittgenstein.* S. 1–33.

Sluga, Hans & David G. Stern (1996): *The Cambridge Companion to Wittgenstein.* Cambridge, University Press.

Soames, Scott (1983): „Generality, Truth Functions and Expressive Capacity in the Tractatus". In: *The Philosophical Review*, Vol. 92, No. 4, S. 573–589.

Skolem, Thoralf (1923): „The foundations of elementary arithmetic established by means of the recursive mode of thought, without the use of apparent variables ranging over infinite domains". In van Heijenoort, Jean, 1967, S. 302-333.

Stenius, Erik (1964): *Wittgenstein's Tractatus*. Oxford, Basil Blackwell.

Sullivan, Peter (2001): „Wittgenstein's Context Principle". In: Vossenkuhl, Willhelm (Hg.): *Ludwig Wittgenstein. Tractatus logico-philosophicus*. Berlin, Akademie Verlag.

—— (2004): „‚The general propositional form is a variable‘ (*Tractatus* 4.53). In: *Mind*. Vol. 114, S. 43–46.

Sundholm, Göran (1992): „The General Form of the Operation in Wittgenstein's Tractatus“. In: *Grazer Philosophische Studien* 42, S. 57–76.

Tarski, Alfred (1935): „Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen“ In: *Studia Philosophica* 1: 261–405.

Van Heijenoort, Jean (1967a): *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*. Cambridge (MA), Harvard University Press.

—— (1967b): „Logic as calculus and logic as language.“ In: *Proceedings of the Boston Colloquium for the Philosophy of Science 1964/1966*. Dordrech, Springer. S. 440–446.

Varga von Kibéd, Matthias (1990): „Zur formalen Rekonstruktion der allgemeinen Wahrheitsfunktion in Wittgensteins Tractatus“. In Haller, Rudolf & Johannes L. Brandl (Hg.): *Wittgenstein – eine Neubewertung: Akten des 14. Internationalen Wittgenstein-Symposiums*, Vol. 1. Wien, Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, S. 28–34.

Verein Ernst Mach (Hg.): (1929): „Wissenschaftliche Weltauffassung. Der Wiener Kreis“. In Stölzner, Michael & Thomas Uebel (Hg.) (2006): *Wiener Kreis*. Hamburg, Felix Meiner.

Wehmeier, Kai (2008): „Wittgensteinian Tableaux, Identity and Co-Denotation“. In: *Erkenntnis*, 69, S. 363–376.

Weiner, Joan (1995): „Realism bei Frege: Reply to Burge“. In: *Synthese*, Vol. 192. No. 3. S. 363–383.

—— (2004): *Frege explained*. *From Arithmetic to Analytic Philosophy*. Chicago (Il.), Open Court.

White, Roger (1977): „Wittgenstein on identity“. In: *Proceedings of the Aristotelian Society*. Vol. 78, S. 157–174.

—— (2006): *Wittgenstein's Tractatus logico-philosophicus*. London, Continuum.

Wittgenstein, Ludwig: (1971): *Prototractatus*. Hrsg. von McGuinnes, Brian und G. H. von Wright. Ithaca, Cornell University Press.

—— (1979): *Notebooks,1914–1916*. Oxford, Blackwell.

—— (1984 [1]): *Philosophische Bemerkungen*. Werkausgabe Band 2. Hrsg. von Rhees, Rush. Frankfurt a. M. Suhrkamp.

—— (1984 [2]): *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*. Werkausgabe Band 6. Hrsg. von Anscombe, G.E.M., Rhees, Rush & G. H. von Wright. Frankfurt a. M., Suhrkamp.

—— (1989): *Logisch-philosophische Abhandlung. Tractatus logico-philosophicus*. Kritische Edition. Hrsg. von McGuinness, Brian & Joachim Schulte. Frankfurt a. M., Suhrkamp.

—— (1995): *Vortrag über Ethik und andere kleine Schriften*. Hrsg. und übersetzt von Schulte, Joachim. Frankfurt a. M., Suhrkamp.

—— (2000): *Wittgenstein's Nachlass* (The Bergen Electronic Edition). Oxford, University Press.

—— (2003): *Philosophische Untersuchungen*. Frankfurt a. M., Suhrkamp.

—— (2009): *Philosophie der Psychologie. Ein Fragment.* In Hacker, P.S.M und Joachim Schulte (Hg.): *Philosophische Untersuchungen.* Chichester, Wiley-Blackwell.

Zalabrado, José L.: *Wittgenstein's Early Philosophy*. Oxford, University Press.